« Quels énoncés pour ma classe ? »

1. Repérer la catégorie de votre classe : les 2 premiers chiffres du code d'identification.
   *Exemple : code LY **04**132 = catégorie 4 ou cat.4*

2. Repérer les problèmes de l'épreuve pour votre classe selon sa catégorie.
   Exemples :
   - *une classe inscrite en **catégorie 4** doit résoudre les problèmes **1 à 6.***
   - *une classe inscrite en **catégorie 5** doit résoudre les problèmes **4 à 10.***

Liste des exercices	CATEGORIE DE LA CLASSE							
	Ecole élémentaire			Collège et Lycée				
	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Une course matinale	X	X						
2. La grille de Max (I)	X	X						
3. Des tours toujours plus hautes	X	X						
4. Puce savante	X	X	X					
5. Les billes d'Arthur	X	X	X	X				
6. La tarte aux fruits		X	X	X	X			
7. Corbeilles de fruits (I)			X	X	X			
8. La grille de Max (II)			X	X	X			
9. L'équipe de volley			X	X	X	X		
10. Concours de pêche			X	X	X	X		
11. La porcherie				X	X	X		
12. Escaliers					X	X	X	
13. Corbeilles de fruits (II)						X	X	X
14. La pâte à tartiner						X	X	X
15. Un rectangle en morceaux						X	X	X
16. Un dimanche à bicyclette							X	X
17. Les quatre cercles							X	X
18. Drôles de triangles							X	X
19. Carrelages en or								X

Titres	origine	catégories	tâche mathématique
1. Une course matinale	FC	3 4	Durée d'un parcours de 10 tours de piste au rythme de 4 tours en ½ h
2. La grille de Max (I)	LY	3 4	Inscrire dans une grille carrée 4 × 4 trois rectangles 2 × 1
3. Des tours toujours plus hautes	RZ	3 4	Progression géométrique de raison 2
4. Puce savante	lg-fj	3 4 5	Nombres entiers obtenus dans une suite de deux opérations (addition et soustraction)
5. Les billes d'Arthur	SI	3 4 5 6	Trouver trois nombres entiers vérifiant certaines relations
6. La tarte aux fruits	RMT	4 5 6 7	Déterminer le nombre de secteurs égaux partageant un disque
7. Corbeilles de fruits (I)	SI	5 6 7	Additionner les 2/3 et les 3/5 de 30
8. La grille de Max (II)	LY	5 6 7	Inscrire six rectangles de dimensions variées dans une grille carrée 6 × 6
9. L'équipe de volley	PR	5 6 7 8	Déterminer 6 diviseurs de 36 vérifiant certaines conditions
10. Concours de pêche	SI	5 6 7 8	Recherche de trois nombres entiers vérifiant certaines conditions
11. La porcherie	FC	6 7 8	Déterminer à l'intérieur d'une ligne fermée l'ensemble des points situés à une distance de 7 points donnés supérieure à une distance donnée
12. Escaliers	SI	7 8 9	Rang d'une figure dans une suite régulière de figures planes
13. Corbeilles de fruits (II)	SI	8 9 10	Recherche d'un nombre dont la somme de la moitié et du tiers est égale à 60.
14. La pâte à tartiner	FC	8 9 10	Déterminer le choix le plus avantageux parmi trois offres pour l'achat d'un produit
15. Un rectangle en morceaux	AO	8 9 10	Trouver les dimensions d'un rectangle dans lequel on a disposé en 6 figures identiques en forme de L
16. Un dimanche à bicyclette	PR	9 10	Calculer la longueur et le temps d'un parcours sur une piste cyclable
17. Les quatre cercles	Gr 0^0	9 10	Différence des rayons de couples de cercles concentriques dont la différence des longueurs est constante
18. Drôles de triangles	LUX	9 10	Existence ou non d'un triangle équilatéral, dont le périmètre et l'aire sont mesurés par le même nombre entier
19. Carrelages en or	PR	10	Minimiser l'aire de deux figures planes inscrites dans une troisième

1. UNE COURSE MATINALE (Cat. 3, 4)

Tous les matins, Jeanne s'entraîne à la course sur la piste d'athlétisme de sa région.

En une demi-heure, elle fait toujours 4 tours de piste.

Demain, Jeanne veut parcourir 10 tours de piste en courant toujours au même rythme.

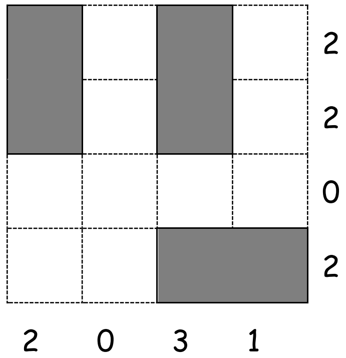
Combien de temps mettra-t-elle ?

Expliquez comment vous avez trouvé la réponse.

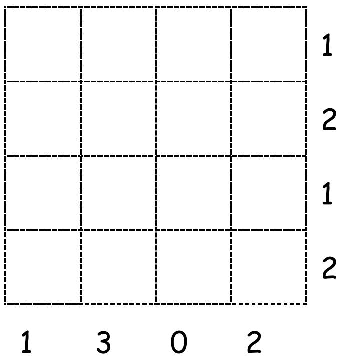
2. LA GRILLE DE MAX (I) (Cat. 3, 4)

Dans la grille ici à droite, Max a rangé trois rectangles en respectant ces consignes :

- chaque rectangle occupe exactement deux cases de la grille,
- les rectangles ne se touchent pas entre eux,
- sur chaque ligne, le nombre de cases occupées par des rectangles est écrit à droite,
- sur chaque colonne, le nombre de cases occupées par des rectangles est écrit en bas.



Max a dessiné une nouvelle grille avec d'autres nombres à droite et en bas :



Dessinez les trois rectangles dans cette nouvelle grille de sorte que toutes les consignes soient respectées.

3. DES TOURS TOUJOURS PLUS HAUTES (Cat. 3, 4)

Luc a beaucoup de cubes. Il veut construire 6 tours en plaçant les cubes les uns sur les autres.

Pour construire la première tour, Luc utilise un seul cube.

Pour construire la deuxième tour, il utilise deux cubes.

Pour construire la troisième tour, il utilise le double du nombre de cubes qu'il a utilisés pour construire la deuxième.

Et il continue ainsi en doublant à chaque fois le nombre de cubes utilisés pour la tour précédente.

Combien de cubes Luc devra-t-il utiliser pour construire ses six tours ?

Montrez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

4. PUCE SAVANTE (Cat. 3, 4, 5)

Une puce savante se déplace régulièrement sur son ruban de nombres.

La figure ci-dessous représente le début du ruban de nombres de la puce savante :

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	…

La puce part de la case 0, fait un saut en avant de 9 cases (elle se retrouve donc sur la case 9) puis un saut en arrière de 5 cases (elle se trouve sur la case 4), puis elle fait à nouveau un saut en avant de 9 cases, puis un saut en arrière de 5 cases, et ainsi de suite.

Elle s'arrête de sauter lorsqu'elle a atteint ou dépassé la case 100.

Combien de sauts la puce a-t-elle fait pour atteindre ou dépasser la case 100 ?

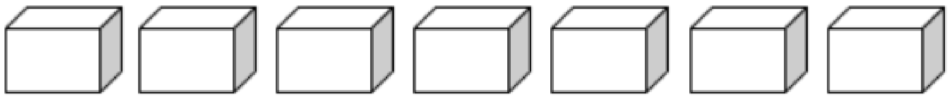
Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

5. LES BILLES D'ARTHUR (Cat. 3, 4, 5, 6)

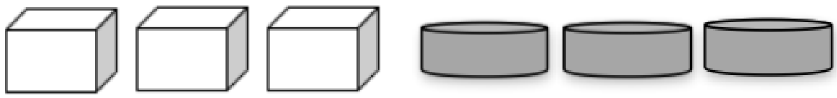
Arthur a l’habitude de ranger ses billes dans des boîtes de deux types différents :

Il met toujours le même nombre de billes dans chaque boîte blanche et le même nombre de billes dans chaque boîte noire.

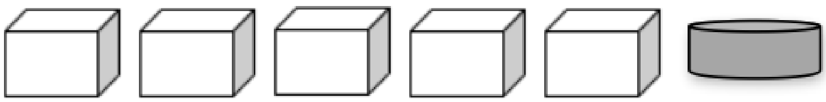
Lundi, Arthur montre ces boîtes blanches à Philippe et lui dit : « *Dans ces boîtes, il y a en tout 42 billes* ».



Mardi, Arthur montre ces autres boîtes à Philippe et lui dit : « *Dans ces boîtes, il y a en tout 30 billes* ».



Mercredi, Arthur montre encore d’autres boîtes à Philippe et lui demande : "*Dans ces boîtes, combien y a-t-il de billes au total ?*".



Combien y a-t-il de billes en tout dans les boîtes d'Arthur mercredi ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

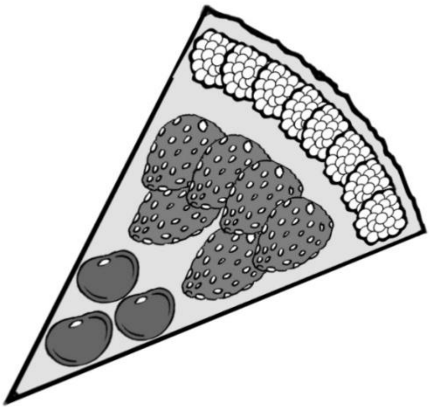
6. LA TARTE AUX FRUITS (Cat. 4, 5, 6, 7)

Pauline a invité ses amis pour fêter son anniversaire.

Son papa a confectionné une excellente tarte aux fruits et, pour contenter tout le monde, il l'a découpée en parts de mêmes dimensions et avec le même nombre de fruits sur chaque part de tarte.

La fête est finie, Pauline constate qu'il reste une seule part de tarte. Sur cette part elle compte 17 fruits et elle s'exclame: « *Tu as vraiment utilisé beaucoup de fruits pour faire la tarte, papa !* »

Ce dessin représente la part de tarte posée sur la table, vue du dessus :



Combien de fruits le papa de Pauline a-t-il utilisés en tout pour décorer la tarte entière ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

7. CORBEILLES DE FRUITS (I) (CAT. 5, 6, 7)

Inès a récolté dans son verger 60 fruits : des pommes et des poires. Pour les ranger dans le garde-manger, elle les a mis dans deux corbeilles contenant chacune le même nombre de fruits.

Dans chaque corbeille elle a mis des pommes et des poires.

Aldo, son mari, lui demande combien de poires elle a récoltées et Inès lui répond :

« *Je me rappelle seulement deux choses : les 2/3 des fruits que j'ai mis dans la première corbeille sont des poires ; les 2/5 des fruits que j'ai mis dans la seconde corbeille sont des pommes* ».

Aldo fait les comptes et trouve le nombre total de poires qu'Inès a récoltées.

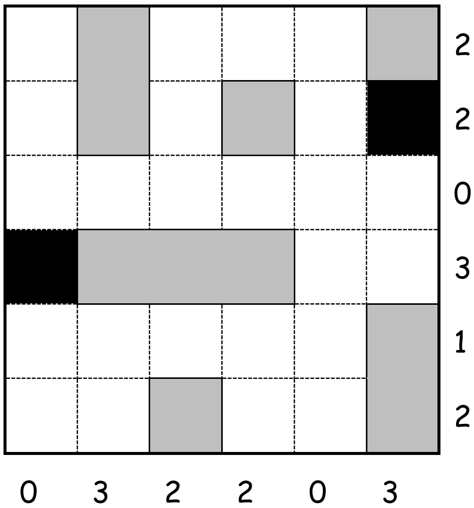
Quel est ce nombre ?

Expliquez votre raisonnement.

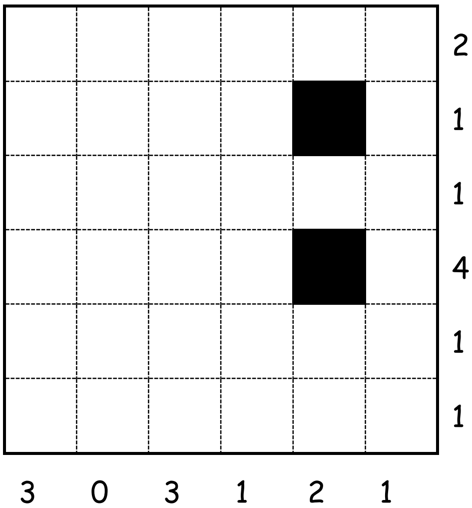
8. LA GRILLE DE MAX (II) (Cat. 5, 6, 7)

La grille ici à droite contient deux cases noires. Max y a placé six cartons : un rectangle de trois carrés, deux rectangles de deux carrés et trois cartons d'un carré chacun, en respectant ces consignes :

- aucun carton ne recouvre les cases noires de la grille,
- aucun carton ne touche un autre carton,
- dans chaque ligne, le nombre de cases occupées par des cartons est écrit à droite,
- dans chaque colonne, le nombre de cases occupées par des cartons est écrit en bas.



Max a dessiné une nouvelle grille avec d'autres cases noires et d'autres nombres à droite et en bas



Placez les six cartons dans cette nouvelle grille en respectant toutes les consignes.

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

9. L'ÉQUIPE DE VOLLEY (Cat. 5, 6, 7, 8)

Sept joueurs vont disputer une partie de volley-ball. Leurs maillots ont des numéros tous différents.

La somme des nombres inscrits sur tous les maillots de l'équipe est inférieure à 55.

Le capitaine de l'équipe a le maillot numéro 5.

Les maillots des six autres joueurs portent des nombres qui sont des diviseurs de 36, et seulement deux de ces nombres sont impairs.

Ces six nombres peuvent être répartis en trois couples : dans chacun d'eux, un nombre est le double de l'autre.

Quels peuvent être les numéros inscrits sur les maillots des sept joueurs ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

10. CONCOURS DE PECHE (Cat. 5, 6, 7, 8)

Ahmed, Catherine et Bilel participent à un concours de pêche. À la fin, ils constatent que :

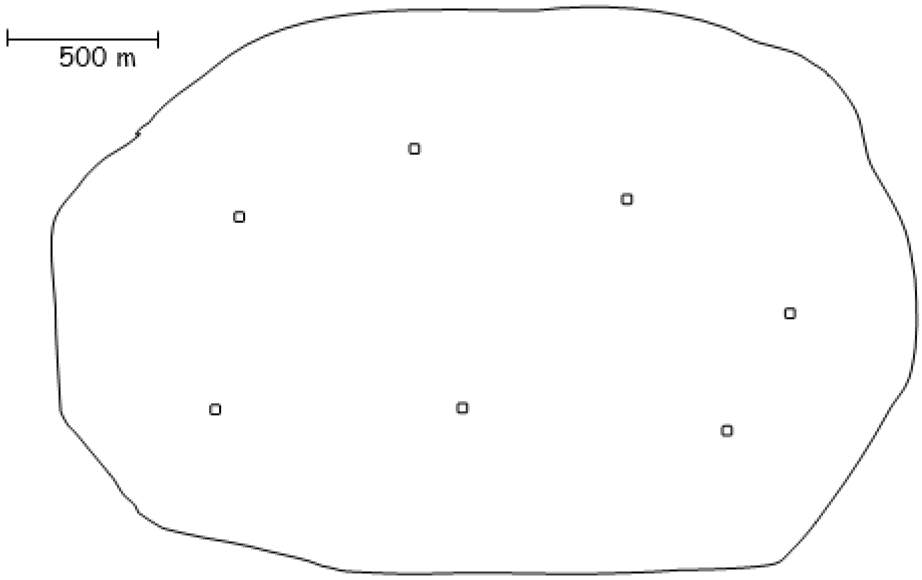
- Bilel a pêché 7 truites de plus qu'Ahmed,
- Catherine a pêché le double des truites pêchées par Bilel, c'est aussi le triple de celles pêchées par Ahmed.

Combien chacun des trois amis a-t-il pêché de truites ?

Expliquez votre raisonnement.

11. LA PORCHERIE (Cat 6, 7, 8)

Voici un plan d'un petit village de Transalpie. Le contour représente la limite du territoire du village et les petits carrés représentent les 7 fermes qui s'y trouvent. Le trait à gauche précise l'échelle du plan.



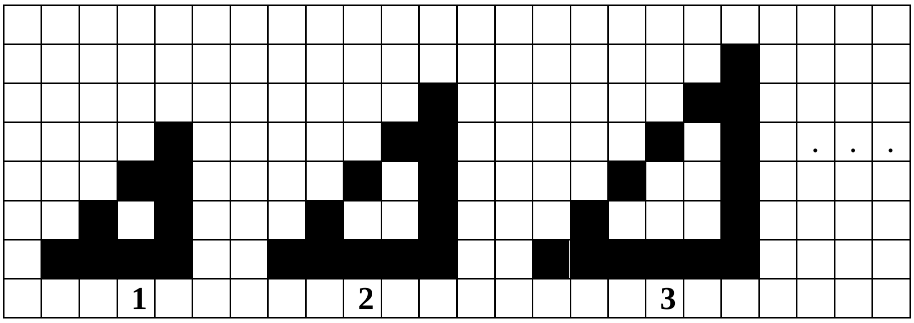
Les habitants du village ont décidé de construire une porcherie sur leur territoire. Mais, comme un élevage de cochons répand une odeur fortement désagréable, cette porcherie doit être construite à plus de 500 m de chaque ferme.

Coloriez sur ce plan tous les endroits où la porcherie pourrait être construite.

Expliquez comment vous avez fait pour les trouver.

12. ESCALIERS (Cat. 7, 8, 9)

Voici les trois premiers dessins d'une suite de figures. Elles sont formées de carrés noirs disposés de façon à former des « escaliers » qui grandissent régulièrement d'une figure à la suivante.



Dans cette suite, quel sera le numéro attribué à la figure constituée de 210 carrés noirs ?

Expliquez comment avez vous trouvé votre réponse.

13. CORBEILLES DE FRUITS (II) (Cat. 8, 9, 10)

Inès a récolté ses fruits, des poires et des pommes, et les a mélangés pour les répartir dans deux corbeilles. Elle observe que :

- les deux corbeilles contiennent le même nombre de fruits ;
- la moitié des fruits contenus dans la première corbeille sont des poires ;
- le tiers des fruits contenus dans la seconde corbeille sont des poires.
- Au total il y a 60 poires.

Combien de pommes Inès a-t-elle récoltées ?

Expliquez votre raisonnement.

14. LA PÂTE À TARTINER (Cat. 8, 9, 10)

Jean aime beaucoup la pâte à tartiner aux noisettes *Noisella* et en achète régulièrement. La pâte *Noisella* est habituellement vendue en pots de 800 grammes à 4,50 euro le pot.

Aujourd'hui Jean a reçu trois publicités qui font des offres spéciales pour la pâte *Noisella*.

La première publicité déclare que dans le magasin A, les pots de pâte Noisella de 800 grammes sont vendus avec une réduction de 30 %.

La deuxième publicité annonce que dans le magasin B, la pâte à tartiner est vendue dans des pots plus grands qui contiennent 30 % de produit en plus que ceux qui sont vendus d'habitude, mais qui valent encore 4,50 euro.

La troisième publicité indique que dans le magasin C, un pot de 800 grammes coûte 4,50 euro mais que pour l'achat de 3 pots, chacun de 800 grammes, un quatrième pot est offert gratuitement.

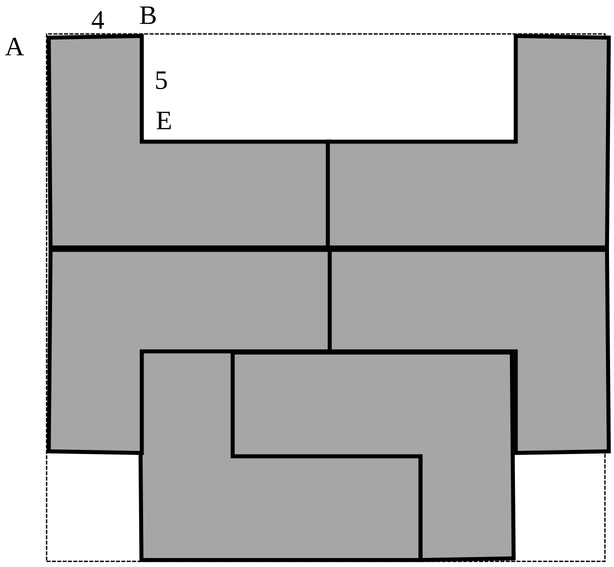
Quel magasin Jean devrait-il choisir pour acheter la pâte *Noisella* la plus avantageuse ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

15. UN RECTANGLE EN MORCEAUX (Cat. 8, 9, 10)

Anna a disposé six pièces identiques en forme de L qui recouvrent presque entièrement un rectangle (voir la figure sur laquelle les pièces sont en gris et la partie du rectangle non recouverte en blanc).

Pour chaque pièce, les deux petits côtés désignés par AB et BE sur la pièce du haut à gauche, mesurent respectivement 4 cm et 5 cm.



Quelles sont les dimensions du rectangle ?

Quelle est l'aire de la partie du rectangle non utilisée par Anna ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

16. UN DIMANCHE À BICYCLETTE (Cat. 9, 10)

Alexandra roule à bicyclette sur une piste cyclable où il y a des pancartes qui indiquent combien il reste de kilomètres jusqu'à l'arrivée. Après avoir roulé pendant 50 minutes, Alexandra voit la pancarte « 18 km » et deux heures après être partie, elle voit écrit « 4 km ». Alexandra ne s'est pas arrêtée et a toujours roulé à la même vitesse.

Quelle est la longueur de la piste cyclable et combien de temps Alexandra a-t-elle mis pour la parcourir en entier ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

17. LES QUATRE CERCLES (CAT. 9, 10)

Luc dessine un cercle et son ami Matteo dessine un second cercle de même centre que le premier et dont la longueur mesure 10 cm de plus que celui de Luc.

Angela dessine un autre cercle de même centre beaucoup plus grand que celui de Luc et son amie Licia dessine un autre cercle de même centre que celui d'Angela, dont la longueur mesure aussi 10 cm de plus.

Luc et Matteo déterminent la distance entre leurs deux cercles, Angela et Licia font la même chose avec leurs cercles. À la fin les quatre amis s'aperçoivent que les deux distances sont égales.

Et s'ils dessinaient d'autres couples de cercles concentriques dont les longueurs diffèrent de 10 cm, la distance entre les deux cercles d'un couple à l'autre varierait-elle ?

Justifiez votre réponse.

18. DRÔLES DE TRIANGLES (Cat. 9, 10)

Un triangle équilatéral a un côté dont la longueur mesurée en centimètres est un nombre entier. Gabrielle calcule l'aire de ce triangle, exprimée en centimètres carrés.

Guy calcule le périmètre du triangle, exprimé en centimètres.

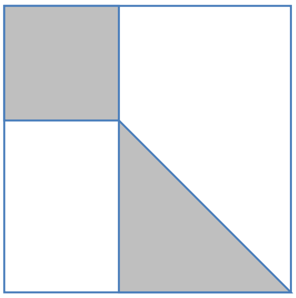
Gabrielle et Guy ne trouvent pas le même nombre.

Est-il possible de construire un triangle équilatéral (dont la longueur du côté mesurée en centimètres est un nombre entier), pour que Gabrielle et Guy trouvent le même nombre ?

Justifiez votre raisonnement.

19. CARRELAGES EN OR (Cat 10)

Un riche banquier veut revêtir les murs de sa salle de bains avec des carreaux carrés en céramique blanche de 48 cm de côté, décorés par un motif recouvert d'or. Le motif choisi est un partage du carreau en quatre parties : un petit carré et un triangle rectangle tous deux recouverts d'or, un rectangle et un trapèze laissés en blanc. Ces quatre parties sont disposées ainsi : un sommet du petit carré coïncide avec un sommet du carreau et le sommet opposé du petit carré coïncide avec un sommet du triangle (voir la figure). Comme le prix de l'or est très élevé, le banquier veut trouver la décoration qui utilise le moins de quantité d'or, sans changer le motif choisi.



Quelle doit être au mm près la mesure du côté du petit carré en or qui permette de minimiser la dépense ? Expliquez votre raisonnement.