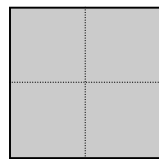


| N° | titre | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | Ar. | Alg. | Ge. | Lo. | Orig. |
|-----|-------------------------|---|---|---|---|---|---|---|----|-----|------|-----|-----|-------|
| 1. | Le jeu de Mathieu | 3 | | | | | | | | | | x | | LU |
| 2. | Casquettes et maillots | 3 | 4 | | | | | | | x | | | x | GP |
| 3. | Les figures de Charlie | 3 | 4 | | | | | | | | | x | | SI |
| 4. | Les blasons (I) | 3 | 4 | | | | | | | | | x | x | RZ |
| 5. | Qui dit mieux ? | 3 | 4 | 5 | | | | | | x | | | | LY |
| 6. | Triangle magique | | 4 | 5 | | | | | | x | | | x | GP |
| 7. | La librairie | | 4 | 5 | 6 | | | | | x | | x | | SI |
| 8. | Les blasons (II) | | | 5 | 6 | | | | | | | x | x | RZ |
| 9. | La machine à frites | | | 5 | 6 | 7 | | | | x | | | | SI |
| 10. | Le festival de rock | | | 5 | 6 | 7 | | | | x | x | | x | LU |
| 11. | L'étoile et les dominos | | | 5 | 6 | 7 | 8 | | | | | x | | GP |
| 12. | Le mot de passe | | | | 6 | 7 | 8 | | | x | | | x | UD |
| 13. | Montée au refuge | | | | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | x | | | | PR |
| 14. | Le manteau de Martin | | | | | 7 | 8 | 9 | 10 | | | x | | TI+FJ |
| 15. | Des prix qui montent | | | | | 7 | 8 | 9 | 10 | x | x | | | PR |
| 16. | Étoile de Noël | | | | | | 8 | 9 | 10 | x | | x | | FC |
| 17. | Jeu d'encastrement | | | | | | 8 | 9 | 10 | | | x | | FC |
| 18. | Retard à l'allumage | | | | | | | 9 | 10 | x | | x | | FC |
| 19. | Plates-bandes | | | | | | | 9 | 10 | x | x | x | | PR |

1. LE JEU DE MATHIEU (Cat. 3)

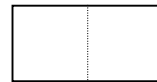
Mathieu a reçu un jeu constitué d'un plateau quadrillé et de plaques de trois formes différentes.



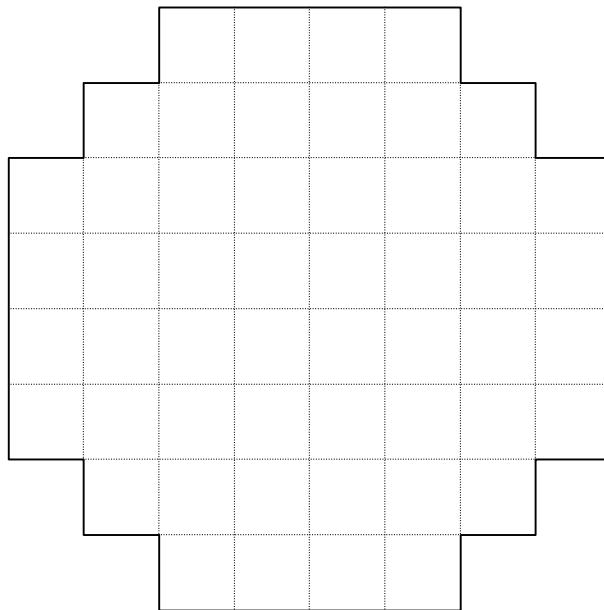
Forme A



Forme B



Forme C

**Plateau quadrillé**

Le jeu consiste à recouvrir entièrement le plateau avec le moins possible de plaques, sans laisser de case vide et sans que deux plaques se chevauchent.

Faites un pavage du plateau en utilisant le moins possible de plaques et dessinez ou collez votre solution.

Combien de plaques de chaque type avez-vous utilisé ?

2. CASQUETTES ET MAILLOTS (Cat. 3, 4)

90 enfants ont participé au Cross de Transalpie.

Chaque enfant a reçu une casquette et un maillot qui portent le même numéro, de 1 à 90.

Les casquettes étaient de 5 couleurs : rouge, bleu, jaune, vert et orange. Elles étaient numérotées de la façon suivante :

1 rouge ; 2 bleu ; 3 jaune ; 4 vert ; 5 orange ; puis en reprenant les couleurs toujours dans le même ordre : 6 rouge ; 7 bleu ; 8 jaune ; 9 vert ; 10 orange ; 11 rouge ; 12 bleu ; ...

Les maillots étaient de 4 couleurs : rouge, bleu, jaune et orange. Ils étaient numérotés de la façon suivante :

1 rouge ; 2 bleu ; 3 jaune ; 4 orange ; puis en reprenant les couleurs toujours dans le même ordre : 5 rouge ; 6 bleu ; 7 jaune ; 8 orange ; 9 rouge ; 10 bleu ; ...

Ainsi, par exemple :

- le concurrent numéro 1 avait une casquette et un maillot de même couleur, rouge ;
- le concurrent numéro 2 avait aussi une casquette et un maillot de même couleur, bleu ;
- le concurrent numéro 4 avait une casquette verte et un maillot d'une couleur différente, orange.

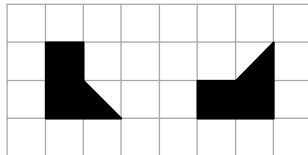
Combien de concurrents avaient une casquette et un maillot de la même couleur ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

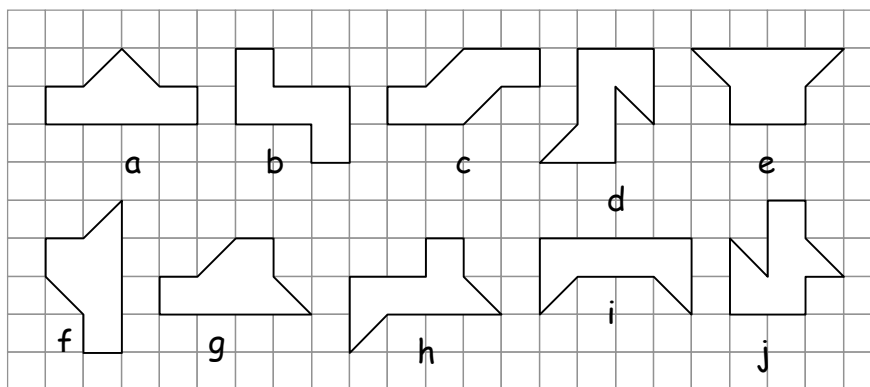
3. LES FIGURES DE CHARLIE (Cat. 3, 4)

Charlie dispose de deux formes identiques découpées dans du carton. Chaque forme est de couleur noire sur une face et rouge sur l'autre face.

On voit le dessin de ces deux formes sur le quadrillage ci-dessous, avec leur face noire visible.



Charlie s'amuse à rapprocher ses deux formes découpées et il obtient toutes les figures ci-dessous :



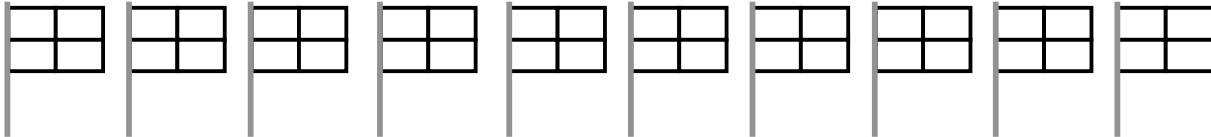
Lorsqu'elles sont recouvertes par les deux formes, certaines de ces figures sont :

- soit entièrement noires,
- soit entièrement rouges,
- soit en partie rouge et en partie noire

Pour chacune des figures ci-dessus, dites si elle est entièrement de la même couleur (rouge ou noire) ou en partie noire et en partie rouge.

4. LES BLASONS (I) (Cat. 3, 4)

Voici 10 modèles de blasons composés chacun de quatre rectangles à colorier. Ils seront ensuite affichés sur les portes des 10 classes d'une école.



Les élèves décident de colorier le blason de chaque classe de cette façon :

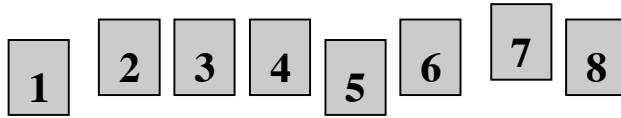
- chacun des quatre rectangles doit être colorié d'une même couleur : soit en rouge, soit en bleu, soit en jaune ;
- il ne doit pas y avoir plus de deux couleurs pour un même blason ;
- des rectangles qui ont un côté en commun doivent être de couleurs différentes.

Chacune des dix classes pourra-t-elle avoir un blason différent de celui des autres classes, en respectant ces règles de coloriage ?

Combien y a-t-il de blasons différents ? Montrez comment vous les avez coloriés.

5. QUI DIT MIEUX ? (Cat. 3, 4, 5)

Anne et Bernard participent à la finale du concours « Qui dit mieux ». Les organisateurs de la finale ont préparé huit cartes avec les chiffres de 1 à 8.



Au tableau, ils ont aussi préparé une multiplication, une addition et une soustraction.

| | | | | | |
|-----------|---|---|---|------|------|
| | × | | = | | |
| | | + | | = | |
| | | - | | = | |
| (total) → | | | | | |

Anne et Bernard doivent y placer les huit cartes, une dans chaque case. Ensuite, ils effectuent les opérations et doivent obtenir le plus grand total possible en additionnant les résultats des 3 opérations.

Anne a obtenu un total de 113

$$\begin{array}{r}
 \boxed{1} \times \boxed{3} = 3 \\
 \boxed{2} \boxed{4} + \boxed{5} = 29 \\
 \boxed{8} \boxed{7} - \boxed{6} = 81 \\
 \hline
 \text{(total)} \longrightarrow 113
 \end{array}$$

Bernard n'a obtenu que 63

$$\begin{array}{r}
 \boxed{5} \times \boxed{2} = 10 \\
 \boxed{3} \boxed{4} + \boxed{8} = 42 \\
 \boxed{1} \boxed{7} - \boxed{6} = 11 \\
 \hline
 \text{(total)} \longrightarrow 63
 \end{array}$$

Anne semble avoir gagné ! Mais les organisateurs affirment qu'il est possible de trouver un total plus grand encore.

À vous de trouver ce plus grand total possible. (Mais attention, n'utilisez jamais deux fois le même chiffre!)

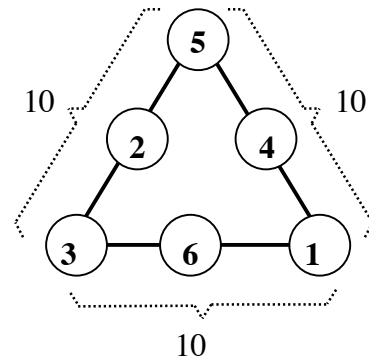
Complétez le tableau pour obtenir le plus grand total possible.

6. TRIANGLE MAGIQUE (Cat. 4, 5)

Cette figure est un *triangle magique de somme 10*.

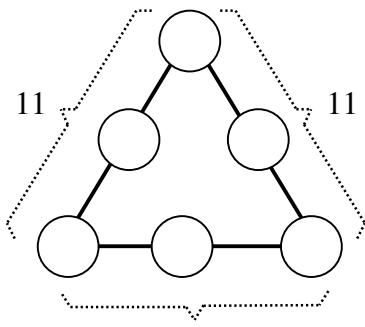
Si on additionne les trois nombres sur chaque côté du triangle on obtient toujours 10.

En plaçant autrement les nombres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 on peut obtenir *un triangle magique de somme 11* (où la somme des trois nombres de chaque côté du triangle est toujours 11) ou encore des triangles magiques de sommes différentes de 10 et 11.

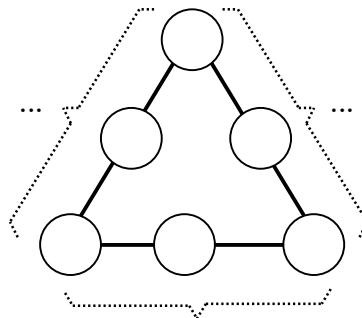


Placez les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 pour obtenir le triangle magique de somme 11, ci-dessous.

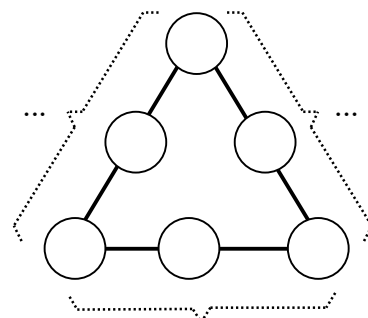
Placez encore les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6 pour obtenir, si possible, un ou deux triangles magiques, avec des sommes différentes entre elles, autres que 10 et 11 ?



11
triangle magique, somme 11



triangle magique, somme ...



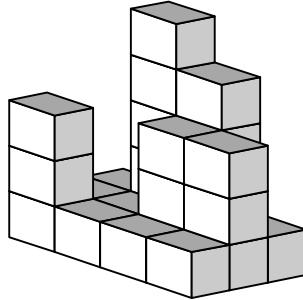
triangle magique somme ...

7. LA LIBRAIRIE (Cat. 4, 5, 6)

La librairie du *Pays des maths* a commandé de nombreux exemplaires du livre « Les problèmes ». Ces livres sont arrivés emballés dans des cartons qui contiennent 25 livres chacun.

Ces cartons ont été empilés de façon à obtenir un grand parallélépipède de six étages. Chaque étage est constitué de trois rangées de quatre cartons chacune.

En quelques jours, beaucoup de cartons ont été enlevés pour vendre les livres, et voilà ce qui reste du grand parallélépipède :



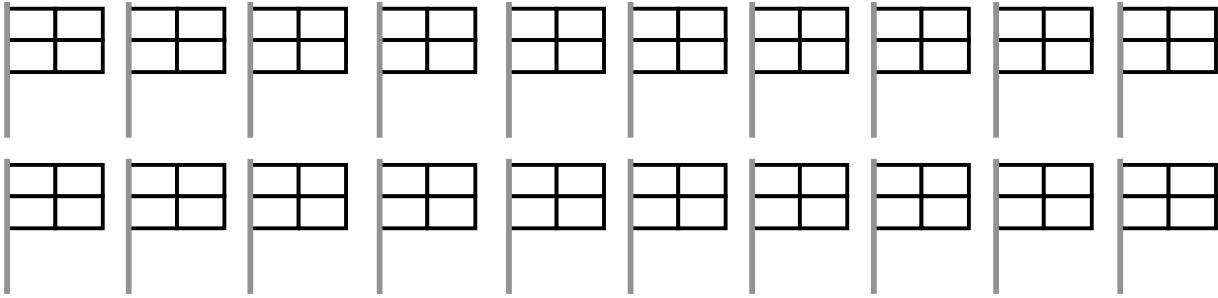
Tous les livres des cartons enlevés ont été vendus et tous les cartons qui restent sont pleins.

Combien d'exemplaires du livre « Les problèmes » ont été vendus ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

8. LES BLASONS (II) (Cat 5, 6)

Voici vingt modèles de blasons composés chacun de quatre rectangles à colorier. Ils seront affichés sur les portes des vingt classes d'une école.



Les élèves décident de colorier ainsi le blason de chaque classe :

- chacun des quatre rectangles doit être colorié d'une même couleur : soit en rouge, soit en bleu, soit en jaune ;
- sur chaque blason, il doit y avoir les trois couleurs ;
- des rectangles qui ont un côté en commun doivent être de couleurs différentes.

Chacune des vingt classes pourra-t-elle avoir un blason différent de celui des autres classes avec ces règles de coloriage ?

Combien y a-t-il de blasons différents ? Montrez comment vous les avez coloriés.

9. LA MACHINE À FRITES (Cat. 5, 6, 7)

Dans l'usine Bellefrites, on a installé plusieurs machines identiques pour couper les pommes de terre en frites.

Le premier jour, on a fait fonctionner trois machines pendant deux heures et on a obtenu 300 kg de frites.

Le deuxième jour, on a fait fonctionner six machines pendant quatre heures.

Combien de kg de frites ont été obtenus au cours de ces deux jours ?

Expliquez comment vous avez trouvé la réponse.

10. LE FESTIVAL DE ROCK (Cat. 5, 6, 7)

Chaque année un célèbre festival est organisé à Rockville.

149 jeunes sont arrivés à l'auberge de jeunesse.

- L'auberge met à disposition 22 chambres.
- Chaque chambre comporte soit 8 lits, soit 5 lits.
- Les jeunes occupent tous les lits des 22 chambres.

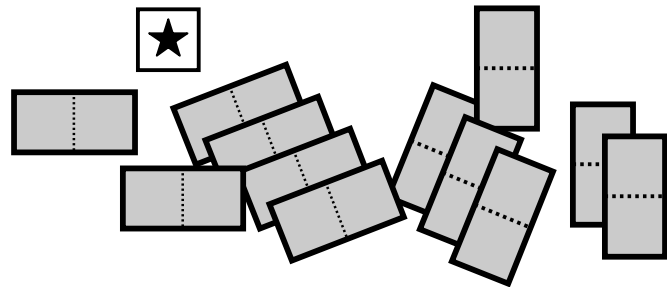
Combien y a-t-il de chambres de 8 lits? Combien de chambres de 5 lits?

Expliquez votre raisonnement.

11. L'ÉTOILE ET LES DOMINOS (Cat. 5, 6, 7, 8)

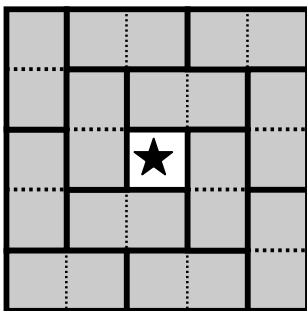
Nicolas a 12 dominos, qui permettent chacun de recouvrir deux cases de cette grille. Il a aussi un carré marqué d'une étoile, qui permet de recouvrir une case.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

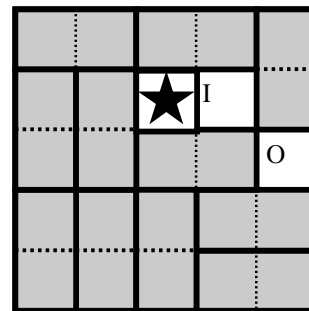


Il essaye de placer le carré sur une des cases et de recouvrir toutes les autres avec les 12 dominos.

Ici, il a placé le carré sur la case M, au milieu de la grille et il est arrivé à recouvrir la grille entière avec les 12 dominos :



Ici, il a placé le carré sur la case H, mais il n'a pas pu recouvrir la grille avec les 12 dominos :



Sur quelles cases peut-on placer l'étoile pour pouvoir ensuite recouvrir toute la grille avec les 12 dominos ?

Indiquez les cases possibles et, pour chacune d'elles, dessinez l'étoile et les 12 dominos qui recouvrent toute la grille.

Vous pouvez utiliser les grilles de la page suivante pour vos dessins.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| F | G | H | I | J |
| K | L | M | N | O |
| P | Q | R | S | T |
| U | V | W | X | Z |

12. LE MOT DE PASSE (Cat. 6, 7, 8)

Marie-Thérèse Rococo a choisi un mot de passe pour son ordinateur, composé de 6 chiffres suivis de 3 lettres majuscules.

- les 6 chiffres choisis sont tous différents et le 0 ne figure pas parmi eux,
- leur somme est 23,
- les six chiffres forment un nombre inférieur à 420 000,
- le produit du premier chiffre et du dernier est 28,
- le troisième, le quatrième et le cinquième chiffres forment un nombre qui est multiple de 59,
- les trois lettres du code sont les initiales de Rococo Marie-Thérèse, dans cet ordre.

Quel est le mot de passe de Marie-Thérèse ?

Expliquez votre raisonnement.

13. MONTÉE AU REFUGE (Cat. 6, 7, 8, 9, 10)

Marc et André partent ensemble pour une promenade au refuge de l'Ours. Chacun d'eux marche à allure constante. Après 30 minutes Marc, plus rapide, s'arrête pour une pause et 10 minutes plus tard, il est rejoint par André qui, lui, ne s'arrête pas et arrive au refuge exactement une heure après être parti.

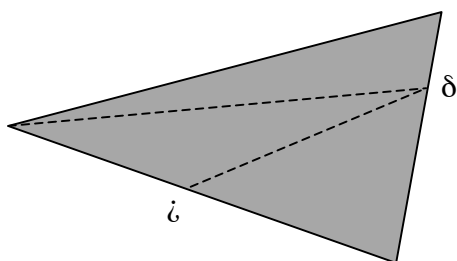
Si la pause de Marc dure 20 minutes, qui arrivera le premier au refuge ? Et combien de temps avant l'autre ?

Expliquez votre raisonnement.

14. LE MANTEAU DE MARTIN (Cat. 7, 8, 9, 10)

Un jour où il n'avait sur lui que ses armes et son manteau fait d'une seule pièce, au milieu d'un hiver plus rigoureux qu'à l'ordinaire et si rude que bien des gens mouraient de froid, à la porte de la cité des Ambiens (Amiens, France), Martin rencontra deux pauvres nus. Les malheureux avaient beau prier les passants d'avoir pitié d'eux, tous passaient outre. Martin, voyant que les autres n'étaient pas touchés de compassion, comprit que ceux-là lui avaient été réservés. Mais que faire ? Il n'avait rien que la chlamyde (cape triangulaire) dont il était revêtu ; il avait déjà sacrifié le reste pour une bonne oeuvre analogue. Alors, il saisit son épée, dans l'intention de couper son manteau en trois triangles d'aire égale, d'en donner un à chacun des pauvres et de se draper de nouveau dans le triangle qui lui resterait.

Il étendit donc sa cape sur le sol et choisit de la couper de cette manière (selon les segments en pointillés ---), mais il ne savait pas très bien où placer les marques ζ et δ sur les côtés pour son découpage afin d'avoir trois parties de même aire.



Cependant, après avoir réfléchi, Martin se rendit compte qu'il pouvait trouver exactement l'emplacement de ses marques, même sans utiliser d'instrument de mesure. Il suffisait de savoir plier précisément.

Indiquez où se situent les marques ζ et δ sur les deux côtés.

Expliquez votre réponse.

15. DES PRIX QUI MONTENT (Cat. 7, 8, 9, 10)

En 2009, le prix d'un objet A est de 8 euros. Ce prix augmentera de 2 euros le premier janvier de chaque année.

Pour un autre objet B, le prix variera ainsi :

- le prix initial au premier janvier 2009 est 4 euros,
- le prix au premier janvier 2010 vaudra 10% de plus que le prix initial de 2009,
- le prix au premier janvier 2011 sera le prix de l'année précédente augmenté de 20% du prix initial, de 2009,
- le prix au premier janvier 2012 sera celui de l'année précédente augmenté 30% du prix initial, de 2009,
- et ainsi de suite, année après année.

Y aura-t-il une année où le prix de l'objet B deviendra plus élevé que le prix de l'objet A? Si oui, cela se produira le premier janvier de quelle année ?

Expliquez votre raisonnement.

16. ÉTOILE DE NOËL (Cat. 8, 9, 10)

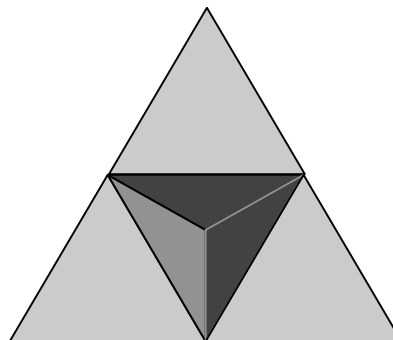
Pour décorer le sapin de la fête de Noël, Florence souhaite réaliser une étoile en 3D.

Pour cela, elle a fabriqué dans un carton assez rigide un grand tétraèdre régulier d'arêtes 8 cm et quatre petits tétraèdres réguliers d'arêtes 4 cm.

Elle colle sur chacune des quatre faces du grand tétraèdre un petit tétraèdre, en plaçant les trois sommets d'une de ses faces sur les milieux des trois côtés de la face du grand (voir figure).

Puis elle souhaite recouvrir chaque partie visible de cette étoile avec un papier décoratif de manière que chaque face de l'étoile soit recouverte d'un unique morceau de papier.

Elle dispose d'une feuille de papier de 16 cm × 14 cm.



Proposez un plan de découpage du papier décoratif montrant que la feuille est assez grande pour recouvrir toute l'étoile et expliquez pourquoi.

17. JEU D'ENCASTREMENT (Cat. 8, 9, 10)

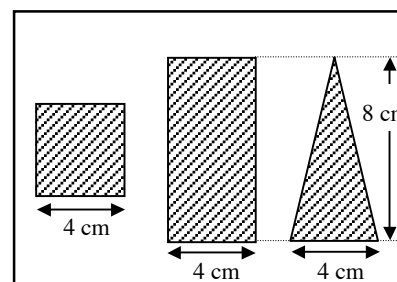
Dimitri a reçu un jeu d'encastrement constitué de quelques pièces de bois : cubes, parallélépipèdes, pyramides, prismes qu'il faut entrer dans une boîte en bois par un des trous percés dans son couvercle.

Chaque pièce bouche exactement le trou par lequel elle entre dans la boîte, sans laisser d'espace entre elle et les parois du trou.

Il y a des pièces qui ne peuvent entrer que par l'un des trous, il y en a qui peuvent entrer par deux des trous et il y en a une qui peuvent entrer par les trois trous.

Cette figure montre le couvercle, avec les trois trous :

- un carré de 4 cm de côté,
- un rectangle de 4 cm sur 8 cm,
- un triangle isocèle de 4 cm de base et 8 cm de hauteur.



Quelle est la forme de la pièce qui peut entrer par chacun des trois trous, en le bouchant exactement lorsqu'elle y passe.

Dessinez un développement (patron) précis de cette pièce qui permette de la construire, après l'avoir découpé, plié et collé avec du papier collant.

18. RETARD À L'ALLUMAGE (Cat. 9, 10)

Le jour de l'équinoxe de printemps, le 21 mars, Angela, qui habite à Rimini en Italie, est allée sur la plage pour voir le lever du soleil sur la ligne d'horizon entre le ciel et la mer Adriatique.

Elle sait qu'au même moment son ami Antoine, qui habite à Bastia en Corse, est sur la jetée du port en train de guetter aussi le lever du soleil à l'horizon entre le ciel et la mer Tyrrhénienne.

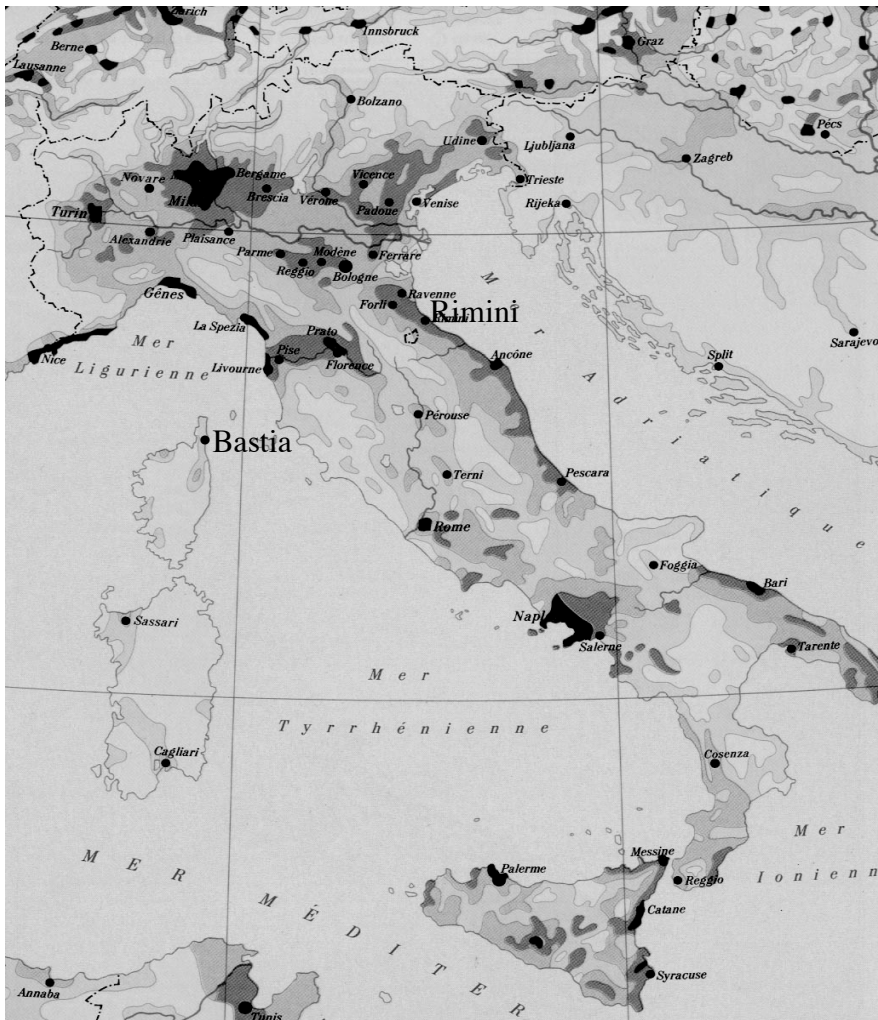
Angela se dit : « Dommage, nous ne le verrons pas exactement ensemble : pauvre Antoine, il doit attendre encore un peu pour voir le soleil se lever parce que Rimini et Bastia ne sont pas à la même longitude ».

Un bon atlas indique que :

- Rimini a pour latitude nord $44^{\circ} 3'$ et pour longitude est $12^{\circ} 34'$.
- Bastia a pour latitude nord $42^{\circ} 42'$ et pour longitude est $9^{\circ} 27'$.

Combien de temps après Angela, Antoine verra-t-il le lever du soleil ?

Expliquez pourquoi le soleil se lève plus tard à Bastia qu'à Rimini et montrez les calculs que vous avez faits pour trouver.



19. PLATES-BANDES (Cat. 9, 10)

Le jardinier Joseph aime les plates-bandes circulaires. Hier, il en a fait une, formant une bordure avec des plantes disposées en cercle à 50 centimètres l'une de l'autre, la distance entre les plantes est mesurée en suivant la circonférence. Aujourd'hui, il veut en faire une plus grande, circulaire elle aussi, et toujours avec des plantes espacées de 50 centimètres. Le rayon de la nouvelle plate-bande mesure 32 centimètres de plus que le rayon de la plate-bande faite hier.

Combien faudra-t-il de plantes supplémentaires au jardinier pour faire la nouvelle plate-bande ?

Expliquez votre raisonnement.