

Numéro et titre :	Catégorie :	Domaines*:			Origine :
1. Bonbons à gogo	3		Lo		BB
2. Guirlandes	3 4	Ar			UD
3. Voitures et camions	3 4	Ar			BB
4. Compétition de natation	3 4		Lo		RZ
5. Visite au zoo	3 4		Géo		LU
6. Sur le mur de l'école (I)	4 5		Géo		GE+g.gpl
7. Au feu rouge	4 5 6	Ar			SI
8. Carrelage (I)	5 6	Ar	Géo	Mes	F.int+g.prop
9 Les sandales	5 6	Ar	Lo		SR
10. Nettoyage	5 6 7	Ar			9RMT+g.prop
11 Jeux sur la plage	5 6 7	Ar	Lo		SI
12. Le prix d'un stylo	5 6 7 8	Ar		Co	BB
13. Sur le mur de l'école (II)	6 7 8		Géo		GE+g.gpl
14. Le pré du père François I	7 8	Ar	Géo	Mes	g.fonc.
15. Carrelage II	7 8 9	Ar	Géo	Mes	F.int+g.prop
16. Le cube	7 8 9 10		Géo		2eRMTg.gsp
17. Le kartodrome	8 9 10	Ar	Géo	Mes	SI
18. La saga des carrés	8 9 10	Ar	Alg Géo	Mes	Zeroall.
19. Le pré du père François II	9 10	Ar	Alg Géo	Mes	g.fonc.
20. La randonnée cycliste	9 10		Alg Géo	Mes	g.fonc.
21. Le lingot d'or immergé	9 10	Ar	Alg Géo	Mes	GPP
22. La dernière carte		10		Lo	fj

*

Ar : Arithmétique Alg : Algèbre
 Géo : Géométrie Lo : Logique
 Co : Combinatoire Mes : Mesures

1. BONBONS A GOGO (Cat. 3)

Marion a acheté des bonbons qui se ressemblent tous, mais avec trois goûts différents : des bonbons à la menthe, des bonbons à la framboise, et des bonbons au citron. Elle a acheté plus de bonbons à la framboise que de bonbons au citron.

Elle met tous les bonbons à la menthe dans un pot, tous les bonbons à la framboise dans un autre et tous les bonbons au citron dans un troisième pot.

Les trois pots sont de tailles différentes : un grand pour les bonbons les plus nombreux, un petit pour les bonbons les moins nombreux et un moyen pour les autres bonbons.

Les bonbons au citron ne sont pas dans le petit pot.

Quelle sorte de bonbons a-t-elle mis dans le grand pot, dans le moyen pot, et dans le petit pot ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Logique et raisonnement : sériation

Analyse de la tâche

Procéder par raisonnement :

- Comprendre, d'après l'énoncé, qu'il y a trois quantités de bonbons différentes, trois pots de grandeurs différentes et qu'il y a un lien entre la grandeur des pots et le nombre des bonbons qu'ils contiennent.
- Se rendre compte que le petit pot ne peut contenir les bonbons à la framboise (puisque'il y en a plus que de bonbons au citron), ni les bonbons au citron (qui ne sont pas dans le petit pot) et donc il doit nécessairement contenir les bonbons à la menthe.
- En déduire que les bonbons à la framboise, plus nombreux que ceux au citron, sont dans le grand pot et les bonbons au citron se trouvent dans le pot moyen.

Ou : Se rendre compte que les bonbons au citron ne peuvent être ni dans le petit pot (dit explicitement dans l'énoncé) ni dans le grand (puisque ceux à la framboise sont plus nombreux) et qu'ils sont donc dans le moyen et arriver à la même déduction que précédemment.

Ou : procéder par essais en vérifiant le respect des contraintes et en réajustant si nécessaire.

Attribution des points

- 4 Solution complète (framboise dans le grand pot, citron dans le moyen et menthe dans le petit pot) avec gestion claire et correcte des essais ou raisonnement correct
- 3 Solution complète, avec explications incomplètes ou peu claires
- 2 Solution complète sans aucune explication
- 1 Début de recherche cohérente : respect d'une seule condition
- 0 Incompréhension du problème

Niveau : 3

Origine : Bourg-en-Bresse

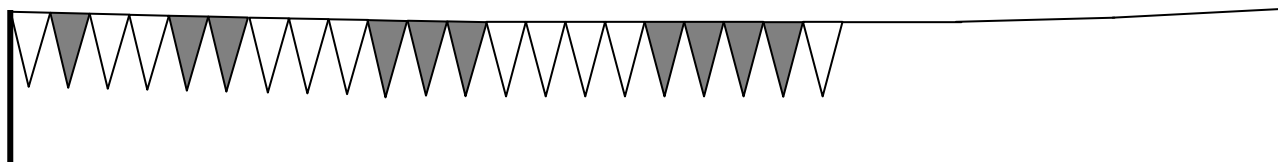
2. LA GUIRLANDE (Cat. 3, 4)

Nicolas construit une guirlande avec des petits drapeaux jaunes et des petits drapeaux bleus, tous de la même forme et de la même grandeur, placés sur un fil les uns à côté à côté des autres.

Il commence à un bout du fil par un drapeau jaune, puis place un drapeau bleu à côté.

Il continue par deux drapeaux jaunes et deux drapeaux bleus, puis par trois drapeaux jaunes et trois drapeaux bleus, et ainsi de suite.

Voici le dessin du début de sa guirlande alors qu'il est en train de placer les cinq drapeaux jaunes après avoir placé les quatre bleus :



(Sur ce dessin, les drapeaux jaunes sont en blanc et les drapeaux bleus sont en gris.)

Lorsqu'il arrive au bout de la guirlande, il constate qu'il a pu placer exactement 100 drapeaux.

Combien de drapeaux de chaque couleur Nicolas a-t-il placés sur son fil ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique: addition

Analyse de la tâche

- Comprendre les règles de la disposition des drapeaux et les vérifier sur le dessin.
- Continuer éventuellement le dessin (colorier les drapeaux) pour s'apercevoir qu'il dépassera les limites de la feuille.
- Procéder par dessin (en choisissant une autre échelle ou en disposant les drapeaux sur plusieurs lignes ...) en s'arrêtant à 100 drapeaux et en comptant les jaunes et les bleus. (Cette procédure risque d'aboutir à des erreurs de dénombrement).

Ou : Travailler dans le cadre numérique en calculant le nombre de drapeaux de chaque couleur ($1 + 2 + 3 + 4 + \dots$), et constater qu'on peut ainsi arriver à 36, ou 45, puis 55 ... mais qu'on n'atteint pas 50 et qu'il n'y aura pas le même nombre de drapeaux de chaque couleur si on respecte la règle de construction de la guirlande.

- Se rendre compte alors que $45 + 45 = 90$ et qu'il manque 10 drapeaux pour arriver à 100 ou encore que $45 + 55 = 100$, ce qui correspond à 55 drapeaux jaunes et 45 bleus.

Ou : (toujours dans le cadre numérique), calculer étape par étape le nombre total des drapeaux et s'arrêter lorsqu'on atteint 100 : $1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + \dots = 100$ en notant les calculs successifs et les résultats partiels, de manière structurée (en utilisant des couleurs, des dispositions en lignes et/ou colonnes, ...)

Par exemple, dans une disposition (d'adulte) comme celle-ci :

drapeaux jaunes :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
drapeaux bleus :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
sommes successives par couleur	1	3	6	10	15	21	28	36	45	
totaux successifs	2	6	12	20	30	42	56	72	90	

Ici, il y a 90 drapeaux après les 9 jaunes et les 9 bleus il manque 10 jaunes pour arriver à 100.

- Trouver alors qu'il y aura 55 drapeaux jaunes et 45 bleus.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte et complète (55 drapeaux jaunes et 45 bleus) avec une description claire de la procédure suivie (détail des calculs, dessins, ...)
- 3 Réponse correcte et complète (55 drapeaux jaunes et 45 bleus) avec des explications peu claires ou incomplètes
- 2 Réponse correcte et complète (55 drapeaux jaunes et 45 bleus) sans explications
ou réponse avec une erreur de calcul ou de comptage, avec explications
- 1 Réponse incomplète avec un début de raisonnement correct

ou réponse avec une erreur de calcul ou de comptage, sans explications

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine : Udine

3. VOITURES ET CAMIONS (Cat. 3, 4)

Léo et Théo collectionnent les voitures et les camions miniatures.

Léo a autant de voitures que de camions et propose à Théo d'échanger quelques véhicules.

Léo donne 8 voitures à Théo et Théo lui donne, en échange, 3 camions.

Après ces échanges, Léo a 89 véhicules (voitures et camions).

Combien Léo avait-il de voitures avant l'échange ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

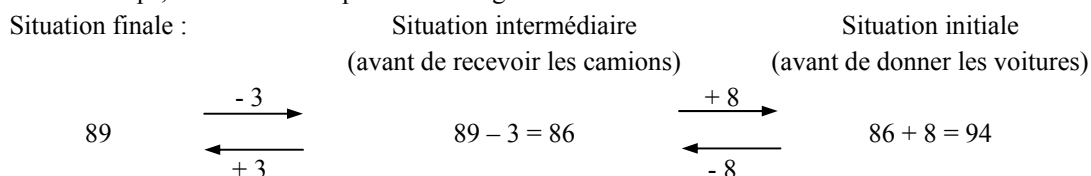
Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, soustraction, moitié d'un nombre

Analyse de la tâche

- Se rendre compte que le nombre initial de voitures est égal à celui des camions et proche de la moitié de 89, donc proche de 45.
- Procéder par essais et réajustements jusqu'à arriver à 47 : $47 - 8 = 39$; $39 + 3 = 42$; $42 + 47 = 89$.

Ou : Revenir dans le temps, de la situation après les échanges à la situation initiale :



et en déduire que, avant les échanges, comme il avait autant de voitures que de camions, Léo avait 47 (94 : 2) voitures et 47 camions.

Ou : comprendre que $8 + 3 = 11$ est la différence entre le nombre des automobiles et celui des camions après l'échange. Déduire que $78 = 89 - 11$ est le double du nombre des automobiles de Léo après l'échange. Conclure donc que le nombre initial des automobiles de Léo était $47 = (78 : 2) + 8$.

Attribution des points

- 4 Réponse juste (47 voitures) obtenue par tentatives et ajustements successifs ou par un raisonnement correct (par exemple une suite de calculs)
- 3 Raisonnement correct, ou essais correctement conduits, mais avec une seule erreur de calcul
- 2 Réponse correcte sans aucune explication
ou réponse 42 avec justifications (simple inversion dans les échanges)
- 1 Début de recherche cohérente : un ou deux essais infructueux, ou début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine : Bourg-en-Bresse

4. LA COMPÉTITION DE NATATION (Cat. 3, 4)

Bea, Tatiana, Sylvia, Laetitia et Déborah ont participé à une compétition de natation.

- Sylvia et Bea n'ont pas gagné.
- Tatiana est arrivée parmi les deux dernières.
- Bea est arrivée juste avant Déborah.
- Sylvia est arrivée parmi les deux premières.

Qui a gagné ?

Indiquez l'ordre d'arrivée de chacune des filles dans la compétition de natation.

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

- Logique : gestion d'une relation d'ordre et de conditions de sériation ; interprétation de propositions; formulation d'hypothèses et contrôle de leur cohérence avec les indications de l'énoncé.

Analyse de la tâche

- Tirer de la première et de la quatrième condition que Sylvia est arrivée seconde.
- Déduire de la troisième condition que Bea et Déborah se succèdent et peuvent donc se trouver en troisième et quatrième position, ou bien en quatrième et cinquième position.
- Puisque d'après la seconde indication, Tatiana est arrivée quatrième ou cinquième, on en déduit que Bea et Déborah sont, respectivement, troisième et quatrième, alors que Tatiana est cinquième.
- Conclure que Laetitia a gagné la compétition.
- Écrire la liste complète des amies, de la première à la dernière : Laetitia, Sylvia, Bea, Déborah, Tatiana.

Ou bien : procéder par essais pour ordonner les positions, en contrôlant que les informations du texte sont bien respectées.

Ou tirer de la première et de la quatrième condition que Sylvia est arrivée seconde et pour le reste procéder par essais en contrôlant que les informations du texte sont bien respectées.

Attribution des points

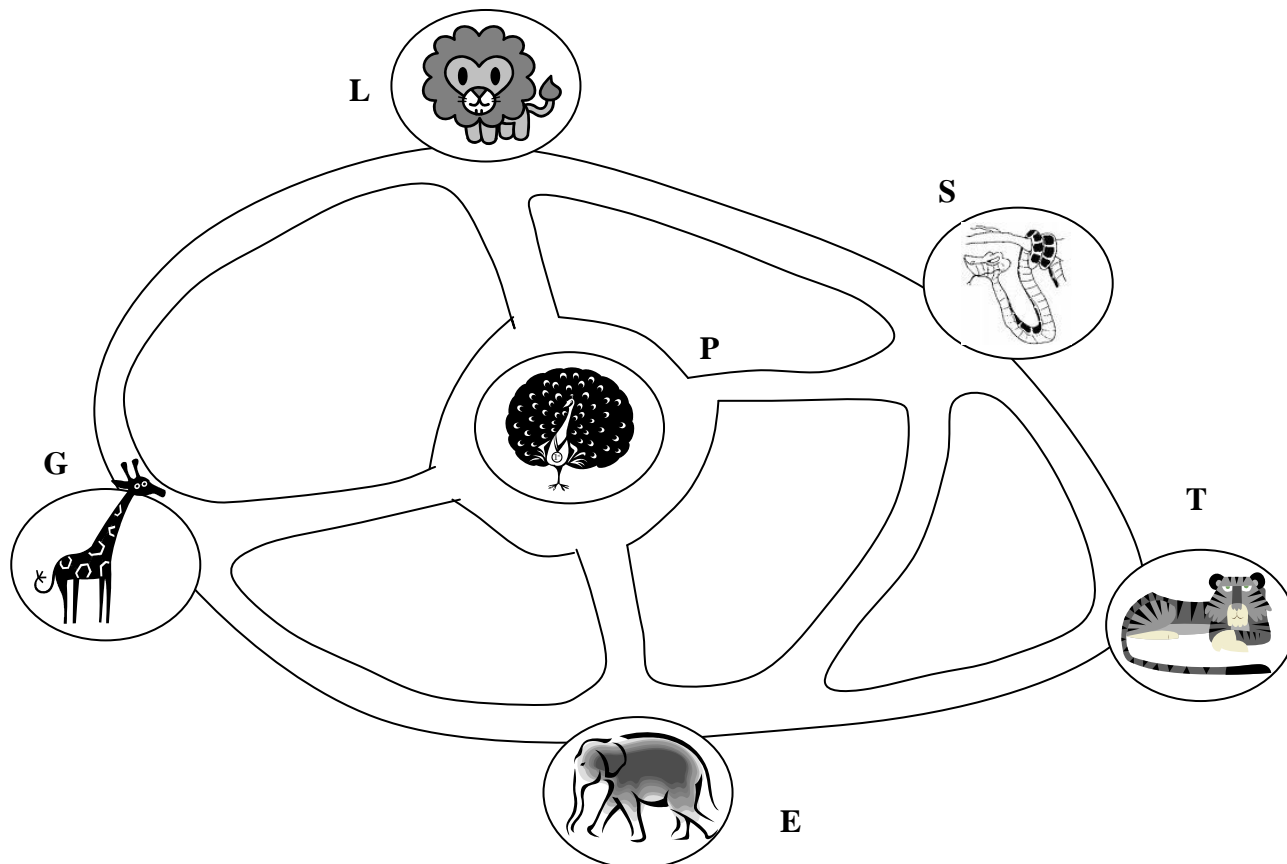
- 4 Réponse correcte (Laetitia a gagné et indication correcte de l'ordre des arrivées : Laetitia, Sylvia, Bea, Déborah, Tatiana) avec des justifications tenant compte de toutes les indications de l'énoncé
- 3 Réponse correcte (Laetitia a gagné et indication correcte de l'ordre des arrivées) avec une justification peu claire
- 2 Réponse correcte (Laetitia a gagné), mais avec une inversion dans l'ordre d'arrivée, ou ordre correct sans explication ou avec seulement une vérification
- 1 Début de raisonnement correct.
- 0 Autre réponse ou incompréhension du problème.

Niveaux : 3, 4

Origine : Rozzano

5. VISITE AU ZOO (Cat. 3, 4)

Les élèves d'une classe décident d'aller au zoo. Dans les cages du zoo, il y a des lions (L), des girafes (G), des paons (P), des serpents (S), des éléphants (E) et des tigres (T) :



Les enfants se retrouvent devant la cage des lions. Ils veulent absolument aller voir les éléphants mais seulement après avoir vu les girafes et peut-être d'autres animaux. Mais ils ne veulent pas passer deux fois devant la même cage.

Combien de chemins les enfants peuvent-ils suivre pour aller de la cage des lions à la cage des éléphants, en passant devant celle des girafes ?

Trouvez toutes les possibilités, décrivez-les ou dessinez-les clairement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : repérage de déplacements sur une carte

Analyse de la tâche

- Comprendre quelles sont les conditions à respecter pour choisir un chemin.
- Faire quelques tentatives sur la carte pour chercher de tels chemins ; se rendre compte qu'on trouve facilement le chemin le plus « court » (L-G-E), mais qu'il y a des chemins plus « longs » (ex. L-P-G-E).
- Comprendre que pour déterminer tous les parcours possibles il est nécessaire de procéder systématiquement, en organisant la recherche. Par exemple : en partant de L on peut aller vers G, vers P ou vers S. En allant vers G, on obtient quatre parcours possibles qui diffèrent entre eux par le nombre de cages visitées : L-G-E ; L-G-P-E ; L-G-P-S-E et L-G-P-S-T-E. En allant vers P, il y a un seul chemin possible qui passe par la cage des girafes, c'est-à-dire L-P-G-E (tout autre chemin du type L-P ne passe pas devant la cage des girafes avant celle des éléphants). En allant vers S, il y a de nouveau un unique chemin qui rejoint les girafes avant d'arriver aux éléphants : L-S-P-G-E.
- Conclure que les chemins possibles sont :

LGE

LPGE

LGPE

LSPGE

LGPSE

LGPSTE

- On peut organiser la recherche des chemins en fonction du nombre des cages qu'ils relie.

Ou bien : procéder sans organisation, mais, dans ce cas, il est fort possible d'oublier l'un des chemins.

Attribution des points

- 4 Les six chemins corrects (L-G-E; L-G-P-E; L-G-P-S-E; L-G-P-S-T-E; L-P-G-E; L-S-P-G-E) décrits clairement, sans erreur (une erreur est une répétition ou un chemin erroné)
- 3 Quatre ou cinq chemins corrects sans erreur, ou six avec une erreur
- 2 Quatre chemins corrects, avec éventuellement une ou deux erreurs ou trois chemins corrects, sans erreurs
- 1 Deux ou trois chemins corrects, avec éventuellement une ou deux erreurs
- 0 Un seul chemin correct ou incompréhension du problème

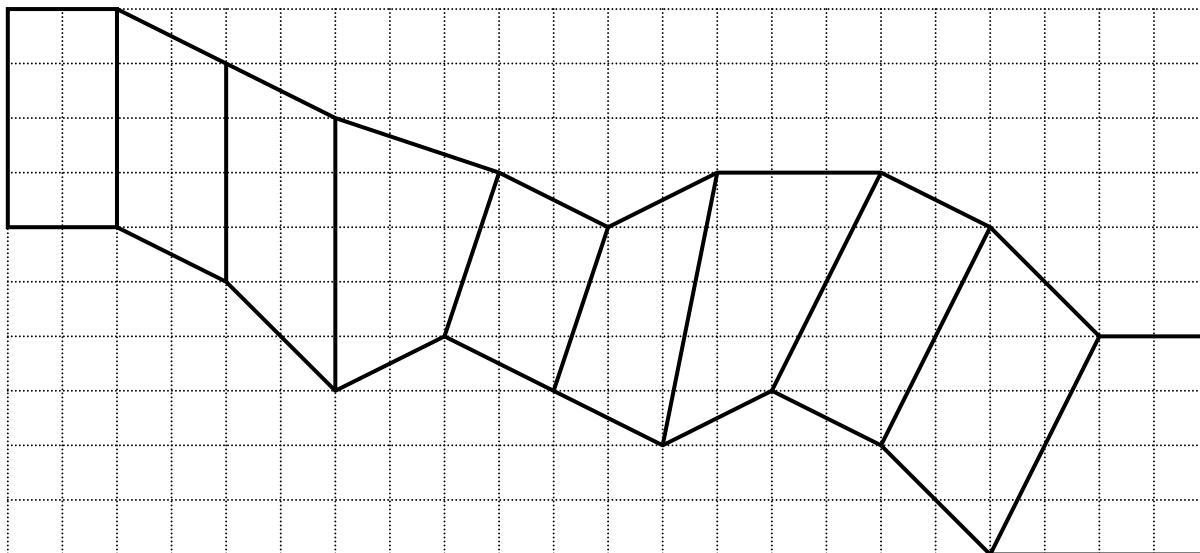
Niveaux : 3, 4**Origine :** Luxembourg

6. SUR LE MUR DE L'ÉCOLE (I) (Cat. 4, 5)

Pour décorer un mur de l'école, quelques élèves ont préparé un modèle, formé de 10 quadrilatères sur papier quadrillé, comme sur la figure ci-dessous.

Luc dit :

« Pour le colorier, nous pourrions employer de la peinture rouge pour les rectangles, de la peinture verte pour les parallélogrammes qui ne sont pas rectangles et de la peinture jaune pour tous les autres quadrilatères. »



Coloriez le modèle comme Luc l'a proposé.

ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

- Géométrie : distinction entre rectangle et parallélogramme non rectangle par leurs propriétés caractéristiques

Analyse de la tâche

- Examiner les quadrilatères un à un. Constaté que le premier est un rectangle à peindre en rouge (côtés opposés isométriques et parallèles, angles droits donnés par le quadrillage)

La figure 2 (de gauche à droite) dont les côtés sont parallèles deux à deux, peut être comparée à la première pour voir qu'elle est un parallélogramme non rectangle à peindre en vert. Les figures 3 et 4, qui ont des côtés opposés non parallèles, ne sont pas des parallélogrammes et seront peintes en jaune. Pour la figure 5 dont les côtés sont parallèles deux à deux, il faut bien regarder ou utiliser une équerre pour constater qu'elle est un parallélogramme non rectangle à peindre en vert.

Constaté que les figures 6 et 7 ne sont pas des parallélogrammes car elles ont des côtés opposés non parallèles, elles seront jaunes. La figure 8 est un rectangle, à colorier en rouge car elle a ses côtés opposés parallèles et isométriques et ses angles droits (nécessitant aussi le recours à l'équerre ou à une observation fine du quadrillage).

Pour la figure 9 dont les côtés sont parallèles deux à deux, il faut aussi bien regarder (ou utiliser une équerre) pour constater qu'elle est un parallélogramme non rectangle à peindre en vert. La figure 10 n'est pas un parallélogramme (c'est un trapèze rectangle), donc à peindre en jaune.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (1 et 8 en rouge, 2, 5 et 9 en vert, 3, 4, 6, 7 et 10 en jaune)
- 3 Réponse avec une seule erreur : 5 en rouge ou 8 en vert
- 2 Réponse avec seulement deux erreurs : 5 en rouge et 8 en vert
- 1 Réponse avec plus de deux erreurs sur les figures rouges et vertes, mais avec les figures jaunes correctement repérées
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 4, 5 **Origine :** Genova, groupe de travail «géométrie plane»

7. AU FEU ROUGE (Cat. 4, 5, 6)

Luc est arrêté à un feu rouge et observe la plaque de l'auto qui le précède.

Il s'aperçoit qu'il y a des lettres sur la plaque et aussi trois nombres à un chiffre placés l'un à côté de l'autre et tous différents, tels que :

- leur somme est le double du nombre du milieu,
- le premier nombre est le double du troisième.

Quels peuvent être les trois nombres que voit Luc ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI**Domaine conceptuel**

Arithmétique : multiples (double, triple, ...), chiffres et nombres

Analyse de la tâche

- Se rendre compte que le premier nombre est pair parce qu'il est le double du troisième et que si la somme des trois nombres est le double du nombre central, le nombre central est la somme du premier et du troisième.
- Comprendre que le premier nombre ne peut pas être 0, sinon les deux autres seraient aussi 0 (or les trois nombres doivent être différents).
- Trouver ainsi les triplets 2, 3, 1 ; 4, 6, 2 ; 6, 9, 3 et écarter la triplet commençant par 8, parce que la somme de 8 avec sa moitié, 4, n'est pas un nombre à un chiffre.

Ou bien : se rendre compte que, si la somme des trois nombres est le double du nombre central, alors la somme du premier et de troisième est égale au second nombre ou encore que le triple du troisième nombre est égal au second (parce que le premier est le double du troisième). Ainsi le second nombre doit être un multiple de 3 : 3, 6 ou 9, et l'on en déduit les trois triplets 2, 3, 1 ; 4, 6, 2 ; 6, 9, 3.

Ou : par essais, en tenant compte de la condition sur les premier et troisième nombres et choix du deuxième nombre en contrôlant que la première condition est vérifiée.

Attribution des points

- 4 Solution complète (2, 3, 1 ; 4, 6, 2 ; 6, 9, 3) avec des explications claires ou liste de toutes les possibilités.
- 3 Solution complète avec seulement une vérification ou avec des explications peu claires
- 2 Deux solutions possibles
- 1 Une seule possibilité
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 4, 5, 6

Origine : Siena

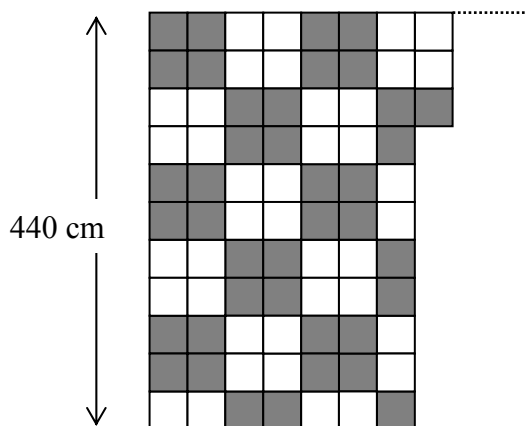
8. CARRELAGE (I) (Cat 5, 6)

Les dimensions d'une pièce rectangulaire sont 440 centimètres et 680 centimètres.

On veut carreler la pièce avec des carreaux blancs et des carreaux gris, tous carrés, selon un motif régulier.

Le carreleur a déjà posé 7 rangs complets de carreaux et en a placé 3 au 8^e rang.

Il se repose un peu et remarque qu'il a posé le même nombre de carreaux gris que de carreaux blancs.



Lorsque le carrelage sera terminé, y aura-t-il encore autant de carreaux gris que de carreaux blancs ?

Sinon, dites s'il y aura plus ou moins de carreaux gris que de carreaux blancs et combien en plus ou en moins.

Expliquez vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : multiplication, addition
- Géométrie : rectangle et carré
- Mesures : unités de mesures de longueur, proportionnalité entre longueurs et nombres de carreaux

Analyse de la tâche

- Vérifier l'affirmation du carreleur en dénombrant les carrés, percevoir les régularités dans la disposition des carreaux gris et blancs.
- Commencer à dessiner les carreaux à partir de ceux qui sont déjà dessinés, par rangs, par groupes ... puis se demander où il faudra s'arrêter et comprendre que ce sera lorsque les 680 cm auront été atteints.
- Estimer visuellement la longueur du rectangle (éventuellement en reportant la largeur donnée : 440 cm ou 11 carreaux, pour une première approximation et en reportant un peu plus que sa moitié) pour arriver à peu près à 680 cm de longueur ; ou faire un dessin à l'échelle.
- Comprendre qu'il y a une relation entre les 440 cm de la largeur, les 680 cm de la longueur et les nombres de carreaux correspondants, et qu'il s'agit de déterminer la longueur d'un côté de carreau (qui est la même dans les deux dimensions vu que ce sont des carrés) à partir de 440 cm et 11 carreaux comptés sur la largeur. $440 : 11 = 40$ donne la longueur d'un côté, puis $680 : 40 = 17$ donne le nombre de carreaux dans la longueur.
- Constater que les neuf rangs : 1 et 2, 5 et 6, 9 et 10, 13 et 14, et 17 ont 6 carreaux gris et 5 blancs, c'est-à-dire au total 54 gris et 45 blancs. Les huit autres rangs : 3 et 4, 7 et 8, 11 et 12, 15 et 16 ont 5 carreaux gris et 6 blancs, c'est-à-dire au total 40 gris et 48 blancs. Le carrelage est donc composé de 94 ($54 + 40$) carreaux gris et de 93 ($45 + 48$) carreaux blancs. Il y a donc un carreau gris de plus que de blancs.

Ou : dessiner le carrelage complet (sur une autre feuille ou en prolongeant légèrement la longueur du rectangle de l'énoncé pour lui permettre de contenir 17 rangs de carreaux) et compter les carreaux, par groupes de quatre constituant des carrés de même couleur.

Ou encore : remarquer visuellement que les quatre premiers rangs comportent autant de carreaux gris que de blancs et que ceci se répétera pour les rangs suivants regroupés par quatre jusqu'au 16^e rang. Il suffit alors de compter les

carreaux du 17^e rang, identique au premier, et de constater qu'il contient 6 carreaux gris et 5 blancs, pour obtenir la réponse.

Il y a encore de nombreuses procédures de calcul ou de comptage, qui n'exigent pas toutes de connaître le nombre exact de carreaux gris et de blancs.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte et complète (un gris de plus que de blancs) avec une explication détaillée (sans contradiction ou erreur) de la manière dont elle a été trouvée (voir analyse de la tâche)
- 3 Réponse correcte et complète (un gris de plus que de blancs) avec une démarche peu claire ou incomplète ou réponse partielle (plus de gris que de blancs) avec une explication détaillée
- 2 Réponse correcte et complète (un gris de plus que de blancs) sans aucune explication ou réponse partielle (plus de gris que de blancs) avec une démarche peu claire ou incomplète ou réponse incorrecte (plus de blancs que de gris ou le même nombre de blancs que de gris) avec une justification cohérente, mais due à une erreur de calcul ou de comptage
- 1 Réponse partielle (plus de gris que de blancs), sans aucune explication ou réponse incorrecte avec deux erreurs de calcul ou de comptage, mais avec une explication cohérente
- 0 Réponse (le même nombre de blancs que de gris) basée sur la généralisation de l'affirmation du carreleur ou incompréhension du problème.

Niveaux : 5, 6

Origine : F.int. 2008 + Groupe proportionnalité

9. LES SANDALES (Cat. 5, 6)

Dans l'arrière-boutique de son magasin de chaussures, où il fait nuit noire, Roméo a un sac contenant des sandales de même modèle et de même pointure, mais de trois couleurs différentes, toutes mélangées. Ce sac contient en tout, pêle-mêle :

- 5 paires de sandales noires ;
- 4 paires de sandales blanches ;
- 2 paires de sandales grises.

Juliette arrive en catastrophe et implore Roméo : « Vite, apporte-moi une paire de sandales de même couleur... peu importe laquelle ! »

Roméo se précipite vers le sac et, à tâtons, il prend rapidement un certain nombre de sandales, juste assez cependant pour être sûr d'avoir une paire de sandales de la même couleur.

Indiquez le nombre minimum de sandales que Roméo doit prendre pour satisfaire Juliette.

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : dénombrement
- Logique et raisonnement : différence entre le « possible » et le « certain »

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il y a une différence entre une sandalette gauche et une sandale droite.
- Remarquer qu'il y a en tout 11 sandales gauches et 11 sandales droites.
- Comprendre que si on en prend 11 ou moins de 11, il se peut qu'un malheureux hasard amène à tirer toutes les sandales gauches ou toutes les sandales droites.
- En déduire qu'en tirant 12 sandales, on est sûr qu'une paire au moins sera assortie.

Attribution des points

- 4 La réponse (12) avec une explication claire
- 3 La réponse (12) avec une explication peu claire
2. la réponse (12), sans explication
1. Réponse (4) en ne tenant compte que des couleurs, ou la réponse 12 sans explication ou réponse (3) avec une justification du genre « il en faut nécessairement plus que 2 »
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 6, 7

Origine : Suisse romande

10. NETTOYAGE (Cat. 5, 6, 7)

Les 18 élèves de la classe de Jeanne et les 24 élèves de la classe de Patrick ont nettoyé la place du village et les rives du ruisseau.

Le boulanger, très content, leur apporte 28 paquets de biscuits pour les remercier.

Jeanne propose que chaque classe prenne 14 paquets.

Patrick dit que ce n'est pas juste car il y a plus d'élèves dans sa classe.

Combien de paquets chaque classe doit-elle recevoir pour que le partage soit équitable ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : partage proportionnel

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il s'agit de partager les paquets en tenant compte des nombres d'élèves de chaque classe et que le partage 14 | 14 (en parts égales) n'est pas « juste » vu qu'il y a plus d'élèves dans la classe de Patrick.
- Imaginer les différents partages de 28 permettant de correspondre aux deux nombres d'élèves 18 et 24 et constater qu'il y a plusieurs possibilités. 13 | 15 ; 12 | 16 ; 11 | 17 ; 10 | 18 ; 9 | 19 ; ... parmi lesquelles il faudra choisir. Éventuellement penser au partage 11 | 17 qui donne 6 paquets de différence comme entre les 18 et 24 élèves et rejeter cette hypothèse parce qu'elle ne donnerait pas le même nombre de paquets par élève ($11/18 \neq 17/24$).
- Constater que les 28 paquets sont à répartir entre les $18 + 24 = 42$ élèves des deux classes et qu'il faut s'appuyer sur ces deux nombres (28 paquets et 42 élèves) pour arriver à une partage équitable, puis imaginer les correspondances en pensant que « équitable » pourrait bien dire « même nombre de gâteaux par élève », quand ils se seront partagé les paquets entre les deux classes.

nombre d'élèves	42	24	18
nombre de paquets	28	?	?

- Procéder aux calculs nécessaires en évitant une procédure comme « soustraire 14 » pour obtenir 10 et 4 (qui ne partagerait que 14 paquets au lieu de 28).

Selon leurs pratiques scolaires antérieures, les élèves peuvent passer par le rapport $42/28 = 1,5$ ou par l'unité (s'ils maîtrisent les fractions) ou en ajoutant une correspondance intermédiaire comme 21 et 14 en prenant la moitié de 42 et 28 puis 3 et 2 en divisant par 7 les précédents, puis en « remontant » à 24 et 16 en multipliant par 8 et 18 et 12 en multipliant par 3.

Ou : Remarquer que $24/42 = 4/7$ et en déduire que le nombre de paquets de gâteaux qui reviennent à la classe de Patrick doit être les $4/7^e$ de 28, c'est-à-dire 16 paquets et donc $28 - 16 = 12$ paquets pour la classe de Jeanne.

Ou : observer que les nombres des élèves des classes (24 et 18) permettent de former des groupes de 6 élèves et qu'on aurait alors 7 groupes au total (4 et 3) ce qui permettrait une répartition de quatre paquets par groupe.

Donner la réponse 12 paquets pour la classe de Jeanne et 16 paquets pour celle de Patrick et écrire les justifications.

Attribution des points

- 4 Réponse exacte (12 - 16) avec détail du partage et opérations correspondantes
- 3 Réponse exacte (12 - 16) avec explications très partielles
- 2 Réponse exacte (12 - 16) sans explication (au jugé)
- 1 Réponse au jugé du genre 13 - 15 ou réponse 11 - 17 (6 d'écart).
- 0 Incompréhension du problème .

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : 9^e RMT F + Groupe proportionnalité

11. JEUX SUR LA PLAGE (Cat. 5, 6, 7)

Aujourd'hui, sur la plage, Anne, Barbara et Carla ont joué aux boules avec leurs amis, Dario, Frank et Georges. À la fin du jeu, Dario a marqué 4 points, Frank 2 et Georges 3.

Les trois filles, ensemble, ont marqué 19 points au total. On sait en particulier que :

- Anne a réalisé le même score que l'un des garçons ;
- Barbara a obtenu le double des points de l'un des deux autres garçons ;
- Carla a obtenu le triple des points du troisième garçon.

Combien de points chacune des trois filles a-t-elle obtenus ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

- Arithmétique : additions, soustractions d'entiers ; double et triple d'un nombre
- Logique : gestion de plusieurs conditions ; organisation systématique d'un inventaire

Analyse de la tâche

- S'appropriier les conditions données dans l'énoncé et essayer de procéder par essais et erreurs pour obtenir une répartition correcte des points entre les trois filles, avec le risque de ne pas trouver toutes les solutions.

Ou bien : après les premières tentatives, comprendre qu'il est nécessaire de procéder de façon systématique pour tenir compte de toutes les possibilités qui se présentent.

- Organiser la recherche en étudiant chacune des possibilités pour les trois filles en commençant par Anne qui a pu marquer 4 points (score de Dario), 2 points (score de Frank) ou 3 points (score de Georges).

Avec les 4 points de Dario pour Anne, on a deux cas possibles :

- 1) Barbara a pu marquer 4 points (double du score de Frank) et alors Carla aurait fait 9 points (triple du score de Georges), la somme fait 17, ce qui ne convient pas.
- 2) Barbara a pu marquer 6 points (double du score de Georges) et alors Carla aurait fait 6 points (triple du score de Frank), la somme fait 16, ce qui ne convient pas.

Avec les 2 points de Frank pour Anne, on a deux cas possibles :

- 1) Barbara a pu marquer 8 points (double du score de Dario) et alors Carla aurait fait 9 points (triple du score de Georges), la somme fait 19, ce qui convient.
- 2) Barbara a pu marquer 6 points (double du score de Georges) et alors Carla aurait fait 12 points (triple du score de Dario), la somme fait 20, ce qui ne convient pas.

Avec les 3 points de Georges pour Anne, on a deux cas possibles :

- 1) Barbara a pu marquer 8 points (double du score de Dario) et alors Carla aurait fait 6 points (triple du score de Frank), la somme fait 17, ce qui ne convient pas.
- 2) Barbara a pu marquer 4 points (double du score de Frank) et alors Carla aurait fait 12 points (triple du score de Dario), la somme fait 19, ce qui convient.

- Conclure que les deux solutions correctes sont : 2 points pour Anne, 8 points pour Barbara, 9 points pour Carla, ou 3 points pour Anne, 4 points pour Barbara, 12 points pour Carla.

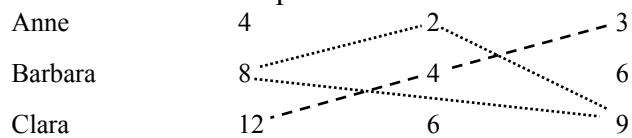
Ou : faire un schéma (ou un tableau) représentatif du raisonnement précédent, par exemple celui-ci :

	4 (Dario)	2 (Frank)	3 (Georges)
Anne			
Barbara (doubles)	4 (Frank)	8 (Dario)	8 (Dario)
Carla (triples)	9 (Georges)	6 (Georges)	4 (Frank)
Total	17	19	17
	6 (Frank)	12 (Dario)	12 (Dario)
	16	20	19

- Après avoir vérifié que les scores des trois garçon sont impliqués, conclure que les deux solutions correctes sont : 2 points pour Anne, 8 points pour Barbara, 9 points pour Carla, ou 3 points pour Anne, 4 points pour Barbara, 12 points pour Carla

Ou bien, faire un tableau contenant tous les scores possibles des filles à partir des points des trois garçons :

Dario	Frank	Georges
-------	-------	---------



- D'après les conditions de l'énoncé, il faut considérer les triplets formant des nombres disposés sur 3 lignes et 3 colonnes différentes et dont la somme est égale à 19. Parmi les 6 triplets possibles, il y a les deux solutions indiquées dans le tableau : 2 points pour Anne, 8 points pour Barbara, 9 points pour Carla, ou 3 points pour Anne, 4 points pour Barbara, 12 points pour Carla.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (Anne 2 points, Barbara 8 points et Carla 9 points, ou Anne 3 points, Barbara 4 points et Carla 12 points) avec des explications claires et complètes (tableau, schéma ou détail des calculs...)
- 3 Réponse correcte avec des explications incomplètes ou seulement une vérification
- 2 Une erreur de calcul, mais un raisonnement correct, ou une seule des deux solutions avec une justification
- 1 Début de recherche pertinente
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : Siena

12. LE PRIX D'UN STYLO (Cat 5, 6, 7, 8)

Ahmid achète un stylo. Il paye avec une pièce de 2 euros et la caissière lui rend 2 pièces.

Élia a acheté trois stylos de même prix que ceux d'Ahmid. Elle paye avec un billet de 5 euros et la caissière lui rend aussi 2 pièces.

Quel peut-être le prix d'un stylo ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, soustraction, connaissance de la monnaie,
- Combinatoire

Analyse de la tâche

- Dresser l'inventaire des huit pièces de monnaie, en centimes d'euros (1, 2, 5, 10, 20, 50) et en euros (1, 2).
- Remarquer qu'un stylo doit coûter moins de 1,67 € (car 3 stylos coûtent moins de 5 €) et que la somme que la caissière a rendu à Ahmid sur 2 € doit être supérieur à 33 centimes.
- Trouver les combinaisons de 2 pièces faisant une somme supérieure à 33 centimes. Il y en a 13 :
 $1 + 50 = 51$; $1 + 100 = 101$; $2 + 50 = 52$; $2 + 100 = 102$; $5 + 50 = 55$; $5 + 100 = 105$; $10 + 50 = 60$;
 $10 + 100 = 110$; $20 + 20 = 40$; $20 + 50 = 70$; $20 + 100 = 120$; $50 + 50 = 100$; $50 + 100 = 150$.
- Calculer ensuite les 13 prix correspondants, puis leur triple, et le reste sur 5 euros, en centimes :

rendu sur 2 euros	40	51	52	55	60	70	100	101	102	105	110	120	150
prix d'un stylo	160	149	148	145	140	130	100	99	98	95	90	80	50
prix de 3 stylos	480	447	444	435	420	390	300	297	294	285	270	240	150
rendu sur 2 euros	20	53	56	65	80	110	200	203	206	215	230	260	350
- Parmi ces 13 sommes rendues, trouver celles qui peuvent l'être en deux pièces. Il n'y en a que trois :
 $20 = 10 + 10$; $110 = 100 + 10$ et $200 = 100 + 100$.
- Rédiger la réponse et expliquer la démarche conduisant à l'exhaustivité :
 Le prix d'un stylo peut donc être de

Prix d'un stylo, en euro	Reste sur 2 euro	Reste sur 5 euro
1,60	2 pièces de 20 centimes	2 pièces de 10 centimes
1,30	20 e 50 centimes	1 euro et 10 centimes
1	2 pièces de 50 centimes	2 pièces de 1 euro

Ou : essais au hasard, qui peuvent permettre de trouver une ou deux possibilités, ou même les trois, mais sans assurer l'exhaustivité.

Attribution des points

- 4 Les trois prix possibles (1,60; 1,30 et 1) avec une démarche claire permettant de voir qu'il n'y en a pas d'autres
- 3 Les trois prix possibles (1,60; 1,30 et 1) sans autres détails ou avec des explications peu claires
- 2 Deux des trois prix possibles
- 1 Un des trois prix possibles
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7, 8

Origine : Bourg en Bresse (sur une idée de l'IREM de Toulouse)

13. SUR LE MUR DE L'ÉCOLE (II) (Cat. 6, 7, 8)

Pour décorer un mur de l'école, quelques élèves ont préparé un modèle, formé de 10 quadrilatères sur papier quadrillé, comme sur la figure ci-dessous.

Luc dit :

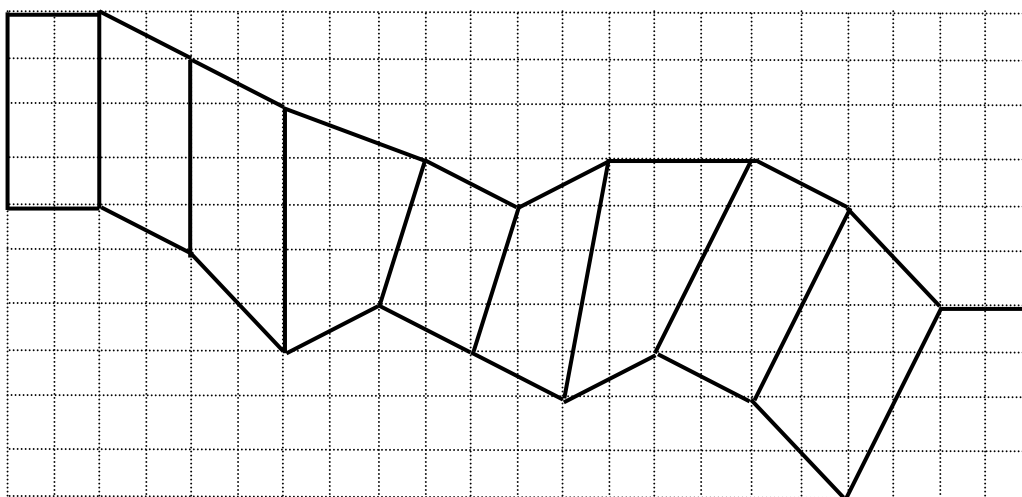
- « Pour le colorier, nous pourrions employer de la peinture rouge pour les rectangles, de la peinture verte pour les parallélogrammes qui ne sont pas rectangles et de la peinture jaune pour tous les autres quadrilatères. »

Les élèves d'une classe se répartissent les quadrilatères à colorier et Louis remarque :

- « J'ai à peindre le plus grand quadrilatère de tous ! »

Lucie rétorque :

- « Le mien est de la même grandeur que le tien ».



Coloriez le modèle comme Luc l'a proposé.

Quels sont les quadrilatères que Louis et Lucie ont à peindre ?

Expliquez vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

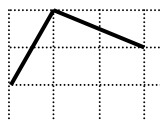
Domaine conceptuel

- Géométrie : distinction entre rectangle, parallélogramme non rectangle, trapèze et quadrilatère par leurs propriétés caractéristiques. Comparaison d'aires.

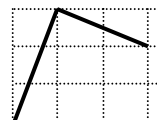
Analyse de la tâche

- Examiner les quadrilatères un à un. Constaté que le premier est un rectangle à colorier en rouge (côtés opposés isométriques et parallèles, angles droits donnés par le quadrillage)
- La figure 2 (numérotée de gauche à droite) dont les côtés sont parallèles deux à deux, peut être comparée à la première pour voir qu'elle est un parallélogramme non rectangle à colorier en vert.
- Les figures 3 et 4, qui ont des côtés opposés non parallèles, ne sont pas des parallélogrammes et seront coloriées en jaune.
- Pour la figure 5 dont les côtés sont parallèles deux à deux, il faut bien regarder ou utiliser une petite équerre pour constater qu'elle est un parallélogramme non rectangle à colorier en vert. Un argument d'angles permet de le prouver :

Cet angle là est droit
(angles complémentaires dans le quadrillage)



Celui-ci ne
l'est donc pas



- Constaté que les figures 6 et 7 ne sont pas des parallélogrammes car elles ont des côtés opposés non parallèles, elles seront jaunes.
- Le même argument montre que la figure 8 est un rectangle rouge et la figure 9 un parallélogramme non rectangle vert.

- La figure 10 est visiblement un trapèze rectangle qui n'est pas un parallélogramme, elle est à peindre en jaune.
- Pour les aires : Voir que les figures à prendre en compte sont visiblement les figures 4, 7, 9 et 10 et comprendre qu'il est inutile de calculer les aires des autres.
L'aire de la figure 4 mesure 9 carrés du quadrillage (par exemple : 6 carrés entiers, un demi rectangle de 2 carrés et deux demi rectangles de 3 carrés).
L'aire de la figure 7 mesure 10,5 (par exemple : 20 carrés du rectangle circonscrit moins un demi rectangle de 5 carrés, moins un demi rectangle de 2 carrés, moins un demi rectangle de 8 carrés, moins un rectangle de 2).
L'aire du parallélogramme 9 mesure 12 (par exemple deux triangles de base 6 - grande diagonale - et de hauteur 2).
L'aire du trapèze 10 mesure 12 (par exemple un rectangle de 8 et un demi rectangle de 8 carrés).
- Conclusion, les figures 1 et 8 seront en rouge, les figures 2, 5 et 9 seront en vert et les figures 3, 4, 6, 7 et 10 en jaune.
- Louis et Lucie devront peindre les quadrilatères 9 et 10.

Attribution des points

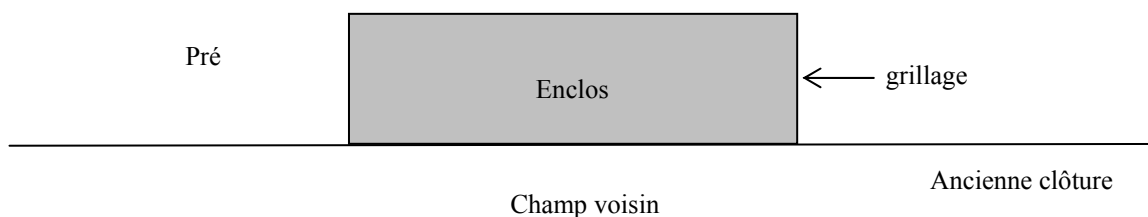
- 4 Réponse correcte et complète (1 et 8 en rouge, 2, 5 et 9 en vert, 3, 4, 6, 7 et 10 en jaune, 9 et 10 à peindre par Louis et Lucie) avec des explications claires pour les couleurs à partir des propriétés du rectangle et du parallélogramme, et une comparaison correcte des aires de 9 et 10
- 3 Réponse correcte avec explications complètes pour les couleurs et l'aire de 12 carreaux pour l'une des deux figures : le trapèze 10 ou le quadrilatère 9 (Louis ou Lucie)
ou réponse correcte pour les couleurs avec des explications incomplètes notamment pour les quadrilatères 6, 7 et 9 et avec réponse correcte pour les aires de Louis et Lucie
- 2 Réponse correcte pour les couleurs avec des explications claires
ou réponse correcte pour les couleurs avec des explications incomplètes notamment pour les quadrilatères 6, 7 et 9 et l'aire de 12 carreaux pour l'une des deux figures
ou erreur dans les couleurs rouge ou vert mais avec réponse correcte pour les aires de Louis et Lucie
- 1 Deux ou trois erreurs dans les couleurs avec au moins une réponse pour Louis ou Lucie
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 6, 7, 8

Origine : Genova, et groupe de travail « géométrie plane »

14. LE PÈRE DU PÈRE FRANÇOIS (I) (Cat 7, 8)

Le père François possède un pré en bordure du champ d'un voisin, une ancienne clôture rectiligne séparant les deux propriétés. Pour faire l'essai d'une nouvelle semence, le père François veut réserver dans son pré, le long du champ voisin, un enclos rectangulaire de 42 m^2 (voir la figure). Pour éviter que ses bêtes, qui paissent dans son pré, aillent piétiner sa nouvelle plantation, il veut installer un grillage formant les trois autres côtés de la zone rectangulaire à réserver. Il dispose d'un grillage d'une longueur de 20 m qu'il veut utiliser entièrement (voir la figure). Pour ne pas compliquer ses mesures de longueurs, il souhaite les effectuer en nombres entiers de mètres.



Quelles seront les mesures des côtés de l'enclos rectangulaire du père François ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : divisibilité et calcul d'une contrainte linéaire
- Géométrie et mesures : périmètre et aire du rectangle

Analyse de la tâche

- Se rappeler que l'aire d'un rectangle est égale au produit de la longueur par la largeur.
- Chercher les couples de diviseurs entiers (a, b) de 42 qui vérifient $a + 2b = 20$. Pour cela, on peut faire un tableau de calcul analogue au suivant :

a	2	3	6	7	14	21
b	21	14	7	6	3	2
$a + 2b$	44	31	20	19	20	25

- En conclure que le père François a deux possibilités s'il veut utiliser entièrement ses 20 m de grillage : faire un enclos de 6 m pour le côté parallèle à la clôture sur 7 m pour les deux côtés perpendiculaires ou un enclos très allongé de 14 mètres de long sur 3 m de large.

Il pourrait aussi faire un côté de 7 m et les deux autres de 6 m avec 19 m de grillage, mais il veut utiliser ses 20 m entièrement.

Attribution des points

- 4 Les deux couples solutions (6 m et deux fois 7 m, ou 14 m et deux fois 3 m), avec une explication claire de la démarche et une recherche exhaustive des possibilités.
- 3 Les deux couples solutions, avec une explication cohérente de la de la procédure suivie.
- 2 Un seul couple de solutions avec une explication cohérente de la procédure suivie.
- 1 Un seul couple de solutions sans explication.
- 0 Incompréhension du problème ou non respect de la contrainte des 20 m.

Niveaux : 7, 8

Origine : Groupe fonctions

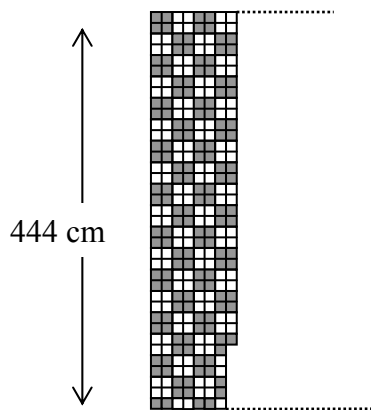
15. CARRELAGE (II) (cat 7, 8, 9)

Les dimensions d'une pièce rectangulaire sont 444 centimètres et 684 centimètres

On veut carrelé la pièce avec des carreaux blancs et des carreaux gris, tous carrés, selon un motif régulier.

Le carreleur a déjà posé 7 rangs complets de carreaux et en a placé 31 au 8^e rang.

Il se repose un peu et remarque qu'il a posé le même nombre de carreaux gris que de carreaux blancs.



Lorsque le carrelage sera terminé, y aura-t-il encore autant de carreaux gris que de carreaux blancs ?

Si non, dites s'il y aura plus ou moins de carreaux gris que de carreaux blancs et combien en plus ou en moins.

Expliquez vos réponses.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : multiplication, addition
- Géométrie : rectangle et carré
- Mesures : unités de mesures de longueur, proportionnalité entre longueurs et nombres de carreaux

Analyse de la tâche

- Vérifier l'affirmation du carreleur en dénombrant les carrés, percevoir les régularités dans la disposition des carreaux gris et blancs.
- Se rendre compte qu'on n'arrivera pas à dessiner tous les carreaux car il y en a trop et, éventuellement, essayer de les dessiner par groupes de quatre carrés de même couleur.
- Estimer visuellement la longueur du rectangle (éventuellement en reportant la largeur donnée : 444 cm ou 37 carrés, pour une première approximation et en reportant un peu plus que sa moitié) pour arriver à peu près à 684 cm de longueur ; ou faire un dessin à l'échelle.
- Comprendre qu'il y a une relation entre les 444 cm de la largeur, les 684 cm de la longueur et les nombres de carreaux correspondants, et qu'il s'agit de déterminer la longueur d'un côté de carreau (qui est la même dans les deux dimensions) à partir de 444 cm et 37 carreaux comptés sur la largeur. $444 : 37 = 12$ donne la longueur d'un côté, puis $684 : 12 = 57$ donne le nombre de carreaux dans la longueur.
- Calculer le nombre de carreaux de chaque couleur dans le rectangle rang par rang, ou par groupes de quatre ou encore par d'autres méthodes, en tenant compte des irrégularités dues aux nombres impairs.

Par exemple : considérer que dans un rectangle de $36 \times 56 = 2016$ carreaux, on a 1008 blancs et 1008 gris puis compter les carreaux de la 37^e ligne (28 blancs et 29 gris) puis ceux qui restent dans la 57^e colonne (18 blancs et 18 gris) pour arriver à un total de $1008 + 28 + 18 = 1054$ blancs et $1008 + 29 + 18 = 1055$ gris et à la réponse : un carré gris de plus que de carrés blanc.

On peut aussi se convaincre que le nombre des blancs ne peut être égal au nombre des gris pour des raisons de parité : $37 \times 57 = 2109$ étant un nombre impair. Le nombre de colonnes (57) étant impair, la dernière ligne du carrelage à l'extrémité droite de la pièce se terminera comme sur le dessin donné par 2 gris et 1 blanc, le reste étant constitué par autant de carreaux gris que de blancs. Il y aura donc un carreau gris de plus que de blancs.

Il y a encore de nombreuses procédures de calcul ou de comptage, qui n'exigent pas toutes de connaître le nombre exact de carreaux gris et de blancs.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte et complète (un gris de plus que de blancs) avec une explication détaillée (sans contradiction ou erreur) de la manière dont elle a été trouvée (voir analyse de la tâche)
- 3 Réponse correcte et complète (un gris de plus que de blancs) avec une démarche peu claire ou incomplète ou réponse partielle (plus de gris que de blancs) avec une explication détaillée
- 2 Réponse correcte et complète (un gris de plus que de blancs) sans aucune explication ou réponse partielle (plus de gris que de blancs) avec une démarche peu claire ou incomplète ou réponse incorrecte (plus de blancs que de gris ou le même nombre de blancs que de gris) avec une justification cohérente, mais due à une erreur de calcul ou de comptage
- 1 Réponse partielle (plus de gris que de blancs), sans aucune explication ou réponse incorrecte avec deux erreurs de calcul ou de comptage, mais avec une explication cohérente
- 0 Réponse (le même nombre de blancs que de gris) basée sur la généralisation de l'affirmation du carreleur ou incompréhension du problème.

Niveaux : 7, 8, 9

Origine : Groupe proportionnalité

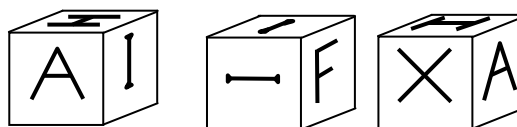
16. LE CUBE (Cat. 7, 8, 9, 10)

Roberto a construit un cube.

Il a écrit une lettre sur chaque face.

Il a ensuite photographié son cube dans plusieurs positions.

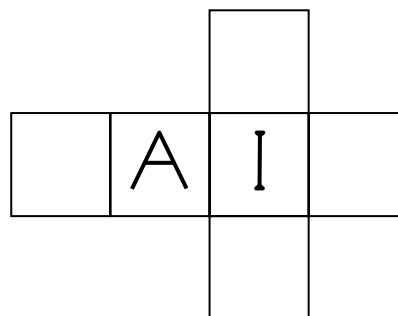
Voici trois de ces photos :



Carlo trouve que le cube de son ami Roberto est très intéressant et décide de construire, pour lui-même, un cube parfaitement identique.

Il a préparé un patron de son cube, avec les six faces qu'il va plier et coller avec du papier adhésif transparent.

Il a déjà dessiné le A et un I sur deux des faces.



Dessinez les lettres des quatre autres faces du cube de Carlo pour qu'elles se retrouvent dans les mêmes positions que sur le cube de Roberto.

Y a-t-il plusieurs possibilités de placer les lettres sur ces quatre faces ?

Si oui, faites un dessin pour chaque possibilité.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie dans l'espace : visualisation spatiale, passage de deux à trois dimensions et vice versa

Analyse de la tâche

- Observer que les six lettres des faces sont A, H, I, F, X et que la lettre I apparaît deux fois.
- Comprendre que de la première à la troisième photo (si elles sont prises du même endroit), le cube a subi une rotation de 90 degrés dans le sens contraire des aiguilles d'une montre en observant la lettre A qui a passé sur la face latérale de droite et que la lettre H a aussi subi une rotation de 90 degrés.
- Remarquer que la lettre A peut servir de point de référence puisqu'elle figure sur deux photos et sur le patron.
À droite du A, sur le patron et sur la première photo, il y a une lettre I. Ces deux lettres permettent de déterminer la face sur laquelle se trouve le H et la position de cette lettre : ce I et le H ont leur axe vertical (de lecture) dans le même plan pour l'objet « cube » et sur la même droite pour le patron.
D'après la troisième photo, le X est dans la face à gauche du A. Il sera donc également à gauche du A sur le patron.
- Les quatre cases A, I, H et X étant complétées, il reste deux cases libres pour l'autre I et le F. (figure 1)

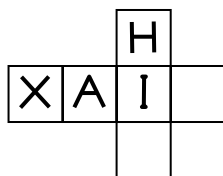


figure 1

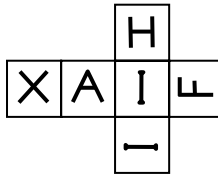


figure 2

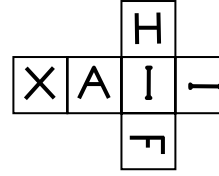


figure 3

- Deux possibilités se présentent alors et il faut observer la deuxième photo, qui montre les trois faces I, I, F, où les deux I ne sont pas dans un même plan mais sur des droites orthogonales et, par conséquent, seront sur des droites perpendiculaires sur le patron.
 - si l'on place le second I dans la case sous le premier I, le F sera sur la case de droite dans la position décrite sur la figure 2. (Dans ce cas, le premier I, du centre du patron, est celui de la face supérieure sur la deuxième photo.)
 - si l'on place le second I dans la case à droite du premier I, le F sera sur la case du bas dans la position décrite sur la figure 3. (Dans ce cas, le premier I, du centre du patron, est celui de la face de devant sur la deuxième photo.)

Ou : Découper un patron, y écrire les lettres A et I puis compléter une à une les faces, par essais, pliages et vérifications.

Attribution des points

- 4 Les deux solutions (figures 2 et 3) avec les lettres sur les bonnes faces et bien orientées
3. Une solution (figure 2 ou figure 3) avec les lettres sur les bonnes faces et bien orientées
ou les deux solutions, avec toutes les lettres sur les bonnes faces mais certaines mal orientées
- 2 Une solution (figure 2 ou figure 3), avec toutes les lettres sur les bonnes faces mais certaines mal orientées
- 1 Une solution avec deux lettres mal placées (sur les « mauvaises » faces
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 7, 8, 9, 10

Origine : 3^e RMR F + Groupe géométrie dans l'espace

- Par exemple, pour le trajet de Luigi dans le sens horaire, on a 6 côtés de carré unité et le comptage des parties courbes du donne 5 arcs de rayon 1, 5 arcs de rayon 2 et 2 arcs de rayon 3, ce qui fait une longueur égale à $5 + 5 \times 2 + 2 \times 3 = 21$ quarts de cercle de rayon 1.
- Pour le trajet de Enrico, dans le sens contraire, on a également 6 côtés de carré unité et 3 arcs de rayon 1, 7 arcs de rayon 2 et 2 arcs de rayon 3, ce qui fait une longueur égale à $3 + 7 \times 2 + 2 \times 3 = 23$ quarts de cercle de rayon 1.
- Conclure que Luigi arrivera le premier.

Ou, sans proportionnalité : remarquer que les deux amis ont chacun 6 côtés de carré unité et 2 quarts de cercle de rayon 3 en commun, il reste à calculer les longueurs à parcourir restantes.

- Pour Luigi, $5 \times 2\pi/4 + 5 \times 4\pi/4 = 15\pi/2$
- Pour Enrico, $3 \times 2\pi/4 + 7 \times 4\pi/4 = 17\pi/2$
- Conclure que Luigi a le trajet le plus court, il arrivera le premier.

Attribution des points

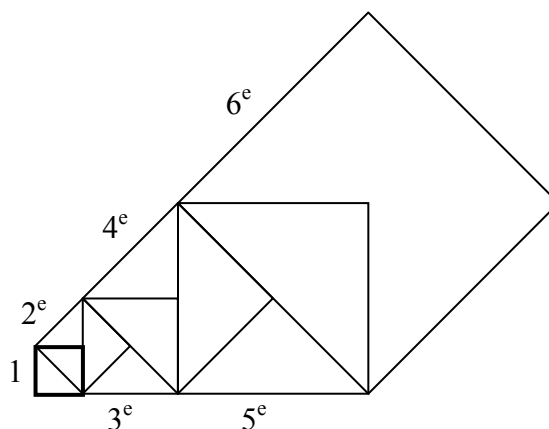
- 4 Réponse correcte (Luigi, dans le sens horaire), avec des explications complètes.
- 3 Réponse correcte mais avec des explications peu claires.
- 2 Procédure correcte : indication des quarts de cercle de différents rayons, mais erreur de comptage, ou indications et comptages justes mais sans pouvoir comparer les longueurs des deux trajets.
- 1 Début de recherche cohérente ou réponse juste (Luigi) sans justification.
- 0 Incompréhension du problème.

Niveaux : 8, 9, 10

Origine : Siena

18. LA SAGA DES CARRÉS (Cat. 8, 9, 10)

Charles s’amuse à se dessiner des carrés.
 À partir d'un carré de 1 cm de côté, il dessine un deuxième carré dont un côté est confondu avec une des diagonales du précédent, un troisième avec un côté confondu avec la diagonale du deuxième, et ainsi de suite. La figure montre les six premiers carrés dessinés par Charles.



Quelle est la longueur du côté du onzième carré que Charles a pu dessiner ?

Quelle serait la longueur du côté du centième carré, s’il pouvait le dessiner ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : le carré et ses propriétés, diagonale d’un carré ou application du théorème de Pythagore
- Arithmétique : progression géométrique
- Algèbre : calcul littéral

Analyse de la tâche

- Observer comment sont formés les carrés successif : le premier, le troisième, le cinquième ... , ceux d’ordre impair, sont disposés l’un à côté de l’autre « horizontalement » comme le deuxième, le quatrième ... ceux d’ordre pair, qui eux disposés l’un à côté de l’autre mais en « obliquement »
- Calculer la longueur de la diagonale du premier carré – qui est la longueur du côté du 2^e carré et trouver $\sqrt{2}$ (en cm) par le théorème de Pythagore ou en se rappelant la relation entre côté et diagonale d’un carré : $d = c\sqrt{2}$.
- Calculer la longueur du côté du troisième carré, soit par Pythagore, soit par la relation $d = c\sqrt{2}$ (qui conduit à $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$, soit par un quadrillage de la figure, dont l’unité est le premier carré, pour s’apercevoir que le troisième carré est constitué de 4 carrés de côté 1 cm et par conséquent a un côté qui est le double du premier carré : 2.
- Calculer (éventuellement) la longueur du côté du quatrième carré comme précédemment soit en multipliant le côté du précédent par $\sqrt{2}$, soit par quadrillage en constatant qu’il est composé de 8 carrés unités et que son côté est, en cm, $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, soit en doublant celui du deuxième carré.

- Organiser ensuite les résultats jusqu’au 11^e carré et constater que son côté mesure 32, en cm. Par exemple :

carré n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
côté, en cm	1	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$	4	$4\sqrt{2}$	8	$8\sqrt{2}$	16	$16\sqrt{2}$	32

- Se rendre compte que, pour aller au-delà du 11^e carré, il devient nécessaire de faire un lien entre le numéro du carré et les exposants des mesures des côtés écrits sous forme de puissances de 2. (3^e ligne dans l’exemple suivant) :

carré n°	...	7	8	9	10	11	12	13	...	99	100
côté, en cm	...	8	$8\sqrt{2}$	16	$16\sqrt{2}$	32	$32\sqrt{2}$	64	...	2^{49}	$2^{49}\sqrt{2}$
côtés « exp »	...	2^3	$2^3\sqrt{2}$	2^4	$2^4\sqrt{2}$	2^5	$2^5\sqrt{2}$	2^6	...	2^{49}	$2^{49}\sqrt{2}$

on y remarque que ces exposants valent la moitié du « numéro d’ordre du carré – 1 » : pour 11, $(11 - 1)/2 = 5$, pour 99, $(99 - 1)/2 = 49$.

- Obtenir ainsi la valeur du côté du 100^e carré : $2^{49}\sqrt{2}$

Ou : comprendre que les mesures des côtés des carrés d’ordre « impair » sont en progression géométrique de raison 2, avec 1 comme premier terme (et que le côté d’un carré « impair » de rang $2k + 1$ est une puissance de 2 d’exposant k). Le côté du onzième carré, cinquième terme de la progression sera donc $2^5 = 32$.

- Comprendre, de même, que les mesures des côtés des carrés d’ordre « pair » sont en progression géométrique de raison 2, avec $\sqrt{2}$ (diagonale du carré de côté 1) comme premier terme (et que le côté d’un carré « pair » de rang $2k$ est le produit de $\sqrt{2}$ par une puissance de 2 d’exposant $k - 1$) et calculer la longueur du côté du centième carré :

$\sqrt{2} \times 2^{49} \approx 7,960 \times 10^{14}$ cm, soit environ 7 milliards 960 millions de kilomètres (ce dernier calcul n'est pas attendu des élèves de niveaux 8, 9 ou 10 qui ne disposeraient pas d'une calculatrice scientifique).

Attribution des points

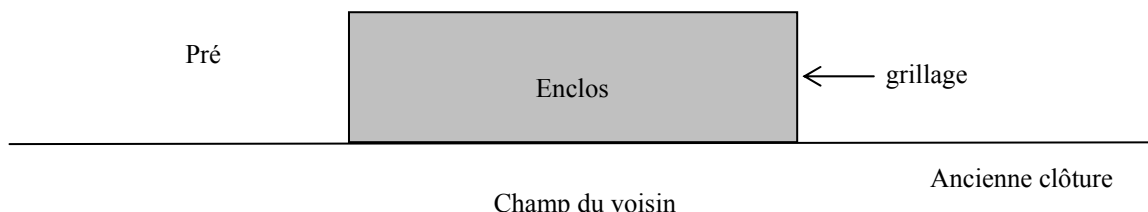
- 4 Les deux réponses correctes (32 cm et $\sqrt{2} \times 2^{49}$ cm) avec des explications claires (description de la procédure, tableau...). On admettra comme réponse correcte pour la 100e figure l'écriture: $\approx 7,960 \times 10^{14}$ ou du genre 7,961... $\times 10^{14}$)
- 3 Les deux réponses correctes sans explication ou sans l'explicitation des diverses étapes qui conduisent à la solution ou à réponse correcte (32 ou 25) pour le 11^e carré et la réponse 7,961...E14 (copie de l'affichage d'une calculatrice) pour le 100e carré ou encore la réponse 2
- 2 La première réponse correcte sans explication
ou la première réponse correcte avec explications incomplètes et un début de recherche pour la deuxième question
- 1 La première réponse correcte sans aucune explication
- 0 Incompréhension du problème.

Niveaux : 8, 9, 10

Origine : Groupe Zéroallazéro

19. LE PÈRE DU PÈRE FRANÇOIS (II) (Cat, 9, 10)

Le père François possède un pré en bordure du champ d'un voisin, une ancienne clôture rectiligne séparant les deux propriétés. Pour faire l'essai d'une nouvelle semence, le père François veut réserver dans son pré, le long du champ voisin, un enclos rectangulaire de 40 m² (voir la figure). Pour éviter que ses bêtes, qui paissent dans son pré, aillent piétiner sa nouvelle plantation, il veut installer un grillage formant les trois autres côtés de la zone rectangulaire à réserver. Il dispose d'un grillage d'une longueur de 20 m qu'il veut utiliser entièrement (voir la figure).



Quelles seront, au décimètre près, les mesures des côtés de l'enclos rectangulaire de Père François?

Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique: racines carrées, approximations
- Algèbre : calcul littéral, couple d'équations, fonctions, équation du second degré
- Géométrie et mesures : périmètre et aire du rectangle

Analyse de la tâche

- Choisir les deux variables en jeu : x pour la longueur de l'enclos parallèle à l'ancienne clôture et y pour la largeur. L'aire de l'enclos est $A = xy$.
- Écrire les contraintes : $xy = 40$ et $x + 2y = 20$. Remplacer par exemple y dans la deuxième relation par la valeur $40/x$ issue de la première, ce qui donne $x + 80/x = 20$, d'où finalement l'équation $x^2 - 20x + 80 = 0$.
- Résoudre cette équation par approximations successives à l'aide de tableaux, en effectuant pour chaque valeur essayée le calcul de la valeur de la fonction $x^2 - 20x + 80$. Comprendre que l'on encadre une solution quand le résultat change de signe.
- Premier tableau avec des valeurs entières

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$x^2 - 20x + 80$	61	44	29	16	5	-4	-11	-16	-19	-20	-19	-16	-11	-4	5

On détecte une solution entre 5 m et 6 m et une autre entre 14 m et 15 m.

- Pour donner une réponse au dm près, on effectue les mêmes calculs entre ces valeurs de dixièmes en dixièmes.
- Première solution :

x	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6
$x^2 - 20x + 80$	5	4,01	3,04	2,09	1,16	0,25	-0,64	-1,51	-2,36	-3,19	-4

On trouve la solution $x = 5,5$ m et $y = 7,3$ m au décimètre près.

- Deuxième solution :

x	14	14,1	14,2	14,3	14,4	14,5	14,6	14,7	14,8	14,9	15
$x^2 - 20x + 80$	-4	-3,19	-2,36	-1,51	-0,64	0,25	1,16	2,09	3,04	4,01	5

On trouve la solution $x = 14,5$ m et $y = 2,8$ m au décimètre près.

Ou : résoudre l'équation par radicaux en l'écrivant $x^2 - 20x + 80 = (x - 10)^2 - 20 = 0$ et obtenir les deux valeurs

$x_1 = 10 - \sqrt{20} = 5,528$ et $x_2 = 10 + \sqrt{20} = 14,472$.

D'où les valeurs cherchées au dm près : $x = 5,5$ m et $y = 7,3$ m et $x = 14,5$ m et $y = 2,8$ m

Attribution des points

- 4 Les deux couples solutions (5,5 m et deux fois 7,3 m, ou 14,5 m et deux fois 2,8 m), avec une explication claire pour obtenir l'équation et une présentation de la démarche d'approximations ou la résolution par radicaux.

- 3 Les deux couples solutions, avec une explication claire pour obtenir l'équation, sans la méthode de résolution ou un résultat obtenu par tâtonnement non ordonné.
- 2 Un seul couple de solutions avec des explications cohérentes sur la manière de le trouver.
- 1 Démarche cohérente pour interpréter les données de l'énoncé et aboutir à une équation, sans sa résolution.
- 0 Incompréhension du problème ou non respect d'une contrainte.

Niveaux : 9, 10

Origine : Groupe fonctions

20. LA RANDONNÉE CYCLISTE (Cat. 9, 10)

Deux amis, Jean et Pierre, partent ensemble un dimanche à 8 heures pour une randonnée de 100 km. Jean roule à 20 km/h et Pierre à 30 km/h. Pierre crève au 50^{ème} km et doit trouver un pneu pour réparer. En tout, cette réparation lui prend 1 h 20 mn puis il repart. A la fin de la randonnée, les deux amis se retrouvent à l'arrivée.

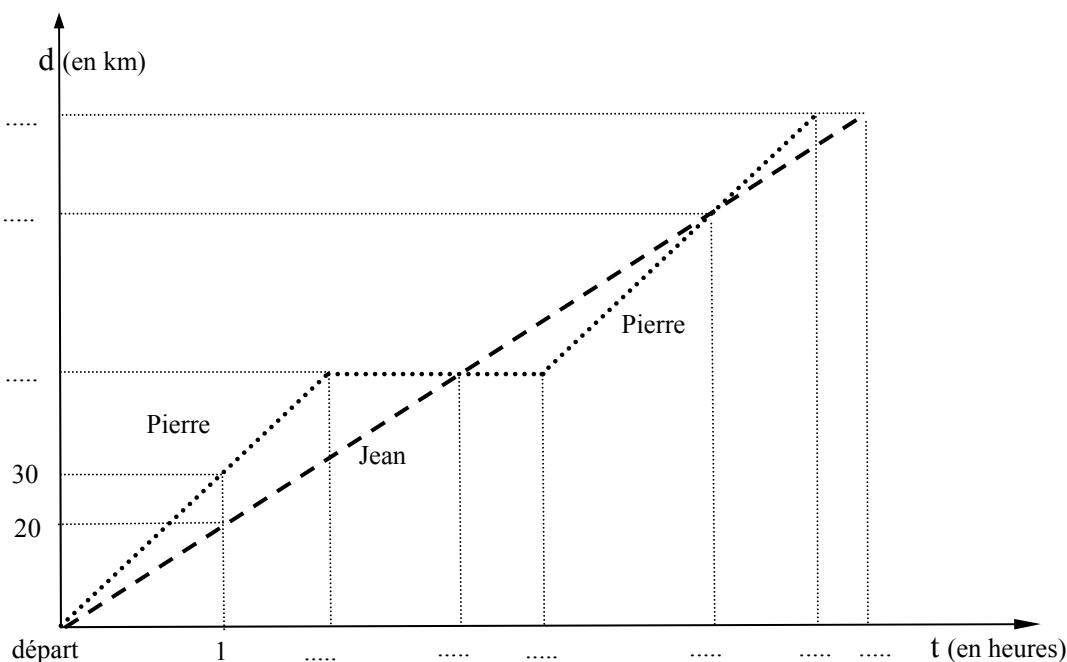
Pierre ayant pris de l'avance, à quelle heure Jean l'a-t-il rattrapé ?

A quelles heures l'un et l'autre sont-ils arrivés au bout des 100 km ?

Pierre, après sa crevaison, a-t-il dépassé Jean ? Si oui à quelle heure ?

Expliquez les calculs que vous avez faits.

La situation est représentée par le graphique ci-dessous, à compléter :



ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

- Mesures : temps et vitesses, calculs horaires.
- Représentation graphique : représentation cartésienne d'un déplacement en fonction du temps.

Analyse de la tâche

- Remarquer que toutes les questions portent sur la chronologie de l'histoire. Il faut donc la décrire entièrement en termes d'horaires.
- A la vitesse moyenne de 30 km/h, Pierre a parcouru 50 km en 1 h 40 mn (30 km en une heure et 20 km en 2/3 d'heure). Il a mis 1 h 20 mn pour trouver un pneu et réparer. Il est donc reparti 3 h après le départ de la randonnée, à 11 h.
- A l'endroit où il a crevé, Pierre doit encore faire 50 km, donc 1 h 40 mn de randonnée.
- Pierre a ainsi mis 4 h 40 mn pour parcourir les 100 km. Il est arrivé à 12 h 40, soit 20 mn avant Jean qu'il a donc dépassé.
- À la vitesse moyenne de 20 km/h, Jean parcourt 50 km en 2 h 30 mn. Il a donc rattrapé Pierre à 10 h 30.
- Jean a parcouru les 100 km de la randonnée en 5 heures. Il est arrivé à 13 heures.
- On peut calculer l'heure où Pierre a dépassé Jean en utilisant les équations horaires de leurs déplacements.
 - Pour Jean : $d_J = 20 t$.
 - Pour Pierre, après 50 km, 3 heures après leur départ matinal : $d_P = 30 (t - 3) + 50$.
 - L'heure où Pierre dépasse Jean est alors donnée par l'équation $20 t = 30 (t - 3) + 50$, d'où $t = 4$ heures. Pierre a dépassé Jean à midi. Ils avaient alors parcouru 80 km.

Ou : utiliser le graphique pour estimer les coordonnées du point de rencontre : heure et distance parcourue, (4 heures, 80 km)

Ou : faire un raisonnement plus élémentaire grâce à la simplicité des données.

- Quand Pierre est reparti à 11 heures, Jean avait fait 60 km (3 heures à 20 km/h). Pierre avait donc un handicap de 10 km. En une heure il parcourt 30 km, alors que Jean ne fait que 20 km. Pierre a donc dépassé Jean une heure après être reparti, à midi. Jean avait alors fait 80 km.

Attribution des points

- 4 Réponses justes (10 h 30, arrivée de Jean à 13 h, de Pierre à 12 h 40, Pierre dépasse Jean à midi), avec explications claires pour les 3 premières réponses et une méthode cohérente pour la dernière.
- 3 Les trois premières réponses justes avec des explications claires et des calculs explicites
- 2 Les deux premières réponses justes et justifiées, une erreur de calcul ou d'interprétation pour l'arrivée de Pierre.
- 1 La première réponse juste, avec un raisonnement montrant la compréhension de la notion de vitesse.
- 0 Pas de réponse juste ou incompréhension du problème.

Niveaux : 8, 9, 10

Origine : Groupe Fonctions

21. LE LINGOT D’OR (Cat 9, 10)

Charles a un beau lingot d’or en forme de parallélépipède rectangle à base carrée de 5 cm de côté.

Charles possède aussi un récipient cubique dont les côtés intérieurs sont de même longueur que le lingot.

Il pose le lingot dans le récipient sur une de ses faces rectangulaires et verse de l’eau jusqu’à ce qu’elle arrive exactement au niveau de la face supérieure du lingot (figure 1).

Puis il pose le lingot debout sur une de ses bases carrées (figure 2). Il constate que la hauteur d’eau dans le récipient est maintenant de 4 cm.

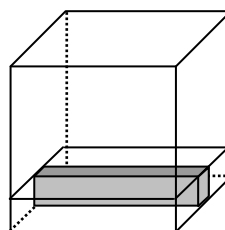


Figure 1

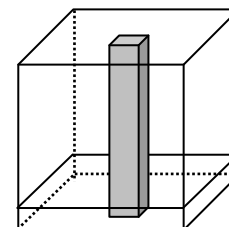


Figure 2

Quel volume d’eau Charles a-t-il versé dans le récipient ?

Expliquez comment vous avez trouvé et montrez les calculs que vous avez faits.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Algèbre : mise en équation. Trinôme du second degré, résolution par essais.
- Géométrie et mesures : parallélépipède rectangle, cube, volumes.

Analyse de la tâche

- Remarquer que le volume d’eau que Charles a versé est égal au volume occupé dans le récipient par une hauteur d’eau de 5 cm, moins le volume du lingot (position 1) et qu’il est aussi égal au volume occupé par une hauteur de 4 cm d’eau dans le récipient dans la position 2.
- Le calcul de ces volumes conduit à choisir la longueur l du lingot comme inconnue. Le volume d’eau que Charles a versé est égal à $5l^2 - 25l$ (position 1).
- Le volume occupé par une hauteur de 4 cm d’eau dans le récipient dans la position 2 est égal à $4(l^2 - 25)$.
- Dans les deux positions, le volume de l’eau n’a pas changé, on a donc $5l^2 - 25l = 4(l^2 - 25)$
- Comprendre que la longueur du lingot est supérieure à 5 cm et procéder par essais numériques en comparant les volumes d’eau dans les deux positions.

Longueur du lingot	Volume d’eau dans la position 1	Volume d’eau dans la position 2	Différence
6	30	44	14
7	70	96	26
8	120	156	36
...			
19	1330	1344	14
20	1500	1500	0

- Conclure que Charles a versé 1500 cm^3 d’eau, ce qui fait un litre et demi.

Ou : procéder de manière algébrique. L’égalité du volume d’eau calculé dans les deux positions conduit à l’équation $5l^2 - 25l = 4(l^2 - 25)$. D’autre part comprendre que le volume de la partie non immergée du lingot en position 2, $25(l - 4)$, est égal au volume l^2 d’une tranche du récipient d’une hauteur de 1 cm. D’où l’équation $l^2 = 25l - 100$. Résoudre l’équation du second degré avec la formule ou, dans le premier cas, par calcul algébrique, écrire $5l^2 - 25l = 4(l^2 - 25)$ da cui $5l(l - 5) = 4(l^2 - 25)$ et arriver à $(l - 5)(l - 20) = 0$.

Obtenir les deux solutions $l = 5 \text{ cm}$ et $l = 20 \text{ cm}$. Éliminer la valeur 5 car le lingot serait un cube.

- Calculer le volume d’eau que Charles a versé : $5l^2 - 25l = 5 \times 20^2 - 25 \times 20 = 1500 \text{ cm}^3$, ce qui fait un litre et demi.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (1500 cm^3 ou 1,5 litre) avec des explications complètes (essais organisés ou résolution d’une équation).

- 3 Réponse correcte mais avec des explications incomplètes ou réponse correcte avec seulement une vérification.
- 2 Réponse correcte sans explication ou mise en équation avec une erreur de calcul ou acceptation des deux valeurs 5 cm et 20 cm.
- 1 Début de raisonnement correct.
- 0 Incompréhension du problème.

Niveaux : 8, 9, 10

Origine : GPP

22. LA DERNIERE CARTE (Cat. 10)

Dans ce jeu à deux joueurs, chacun retire à tour de rôle : soit une carte, soit deux cartes ou soit trois cartes du sommet d'une pile qui comprend 20 cartes au début du jeu. Le joueur qui prend la dernière carte perd.

Lucie et Andrée décident de jouer une partie. Andrée dit à Lucie : « Veux-tu commencer ? »

Charlotte, qui est très forte dans ce type de jeu de stratégie, dit à Lucie. « Réfléchis bien, tu peux gagner à coup sûr ! »

Lucie se rend compte qu'elle peut choisir ...

- soit de laisser commencer Andrée,
- soit de commencer en retirant une carte,
- soit de commencer en retirant deux cartes,
- soit de commencer en retirant trois cartes.

Si vous étiez à la place de Lucie, que choisiriez-vous ?

Expliquez pourquoi, et avec quels coups Lucie pourra gagner.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique : analyse d'un jeu et découverte d'une stratégie gagnante

Analyse de la tâche

- S'approprier les règles du jeu en jouant quelques parties.
- Constater que le premier a trois possibilités au premier coup, que le second a aussi trois possibilités pour le deuxième coup, que le premier a toujours trois possibilités pour le troisième coup et qu'il faut renoncer à dresser l'inventaire de tous les déroulements possibles car ils seront trop nombreux.
- Imaginer que l'issue de la partie se décide lors des derniers coups, lorsqu'il reste peu de cartes et analyser la situation dans ces cas-là, en se plaçant du point de vue du gagnant (ce qu'il faut faire) ou de perdant (ce qu'il ne faut pas faire) :
 - si on laisse **1** carte à l'adversaire on est gagnant,
 - pour atteindre **1** carte (à laisser à l'adversaire), il faut partir de 2 cartes (et en enlever 1), de 3 cartes (et en enlever 2) ou de 4 cartes (et en enlever 3) ;
 - si on part de **5**, on est certain de pouvoir atteindre soit 4, soit 3, soit 2, (les situations ci-dessus).
 Il faut donc laisser **5** à l'adversaire, (qui sera obligé de vous laisser 4, 3 ou 2, vous permettant de laisser **1**)
- Dès que les situations **1** et **5** cartes sont reconnues comme « gagnantes pour celui qui les laisse à son adversaire, il faut recommencer l'analyse précédente, à partir de **5** (au lieu de **1**) et constater que si on laisse **9** cartes à son adversaire, on gagne aussi à coup sûr. (Éventuellement, pour consolider cette conviction, on peut rejouer des parties avec **9** cartes, envisager les trois coups possibles de son adversaire vers 8, 7 et 6, et constater qu'on est certain de pouvoir attendre **5** à partir de chacune de ces trois situations, puis **1**.
- Se rendre compte alors de la « récursivité » (ou répétitivité) de l'analyse et déduire que les situations **13** et **17** cartes laissées à son adversaire sont également gagnantes.

En déduire que, comme on peut atteindre directement **17** cartes à partir de 20, Lucia doit **jouer la première** en **retirant 3 cartes** (si non c'est Andrée qui atteindrait **17** à son premier coup).
- Expliquez l'analyse précédente par schémas, textes, diagrammes, ...

Attribution des points

- 4 Réponse complète et correcte (Lucia doit commencer en retirant 3 cartes, puis laisser à Anna successivement 17, 13, 9, 5 et 1 cartes) avec explications claires
- 3 Réponse complète et correcte avec explications peu claires ou incomplètes
- 2 Réponse incomplète sans se prononcer sur le début de la partie mais mentionnant les positions gagnantes **9** et **5**
- 1 Réponse incomplète sans se prononcer sur le début de la partie mais mentionnant la position gagnante **5**
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 10

Origine : Jeu de Nim « élémentaire »